٩

بسم الله الرحمن الرحيم

دولــة فلسطين
وزارة التربية والتعليم

الرياضيات

الرزمة التعليمية

٢٠٢٤

دولــة فلسطين
وزارة التربية والتعليم
مركز المناهج

mohe.ps | mohe.pna.ps | moehe.gov.ps
.com/MinistryOfEducationWzartAltrbytWaltlym
فاكس +970-2-2983250 | هاتف +970-2-2983280

حي الماصيون، شارع المعاهد
ص. ب 719 – رام الله – فلسطين
pcdc.mohe@gmail.com | pcdc.edu.ps

المحتويات

النتاجات

يتوقع من الطلبة بعد الإنتهاء من دراسة هذه الرزمة التعليمية من خلال الآتي:

١) التَّعَرُّف إلى مجموعة الأعداد الحقيقيّة.

٢) إجراء عمليّات حسابية على الأعداد الحقيقيّة.

٣) التَّعَرُّف إلى خواصّ العمليّات الحسابية على الأعداد الحقيقيّة.

٤) التَّعَرُّف إلى الأُسس وقوانينها.

٥) إجراء بعض العمليّات على الأُسس.

٦) إيجاد المسافة بين نقطَتَيْنِ في المستوى الدّيكارتيّ.

٧) إيجاد إحداثيّات منتصف القطعة المستقيمة.

٨) التَّعَرُّف إلى مَيل الخطّ المستقيم.

٩) إيجاد معادلة الخطّ المستقيم.

١٠) إيجاد حاصل الضّرْب الدّيكارتيّ لمجموعتَيْنِ رياضيّتَيْن.

١١) التَّعَرُّف إلى مفهوم العلاقة الرياضيّة.

١٢) تمثيل علاقة رياضيّة بـ (مخطط سهميّ، المستوى الدّيكارتيّ، ...).

(١٣) التَّعَرُّف إلى مفهوم الاقتران.

(١٤) إيجاد المجال، والمجال المقابل، والمدى لاقتران مُعطى.

(١٥) التَّعَرُّف إلى قاعدة تركيب اقترانَيْن.

(١٦) تنظيم البيانات في جدول تَكراريّ ذي فئات.

(١٧) إيجاد مقاييس النَّزْعة المركزيّة لبيانات مبوّبة في جدول.

(١٨) إيجاد الإنحراف المعياريّ لبيانات مبوّبة في جدول.

(١٩) إيجاد النّسبِ المثلّثيّة الأساسيّة والثانوية للزّوايا الحادّة.

(٢٠) التعرُّف إلى العلاقات بين النّسب المثلّثيّة.

(٢١) التعرّف إلى الفترات وأنواعها .

(٢٢) تمثيل الفترات على خطّ الأعداد.

(٢٣) التعرُّف إلى المتباينة الخطيّة بمتغيّرٍ واحدٍ، وحلّها.

(٢٤) التعرُّف إلى المتباينة الخطيّة بمتغيريْن، وتمثيلها بيانيّاً.

(٢٥) حلّ نظامٍ من المتباينات الخطيّة بمتغيريْن بيانيّاً.

(٢٦) التعرُّف إلى كثيرات الحدود.

(٢٧) جمع كثيرات الحدود وطرحها.

(٢٨) ضرب كثيرات الحدود وقسمتها.

(٢٩) التعرّف إلى الاقتران التربيعي، وتمثيله بيانيّاً.

(٣٠) التعرّف إلى الاقتران النسبي.

(٣١) إيجاد احتمال اتّحاد حادثيْن.

(٣٢) إيجاد احتمال تقاطع حادثيْن.

(٣٣) التعرّف إلى معادلة الدائرة.

(٣٤) إيجاد معادلة الدائرة.

(٣٥) التعرّف إلى الزّوايا المحيطيّة، والزوايا المركزيّة.

(٣٦) استنتاج العلاقةِ بين الزاويتيْن المركزيّة والمحيطيّة المشتركة في القوس نفسه.

(٣٧) استنتاج العلاقةِ بين الزاويتيْن المحيطيّتيْن المشتركتيْن في القوس نفسه.

(٣٨) أن يتعرف على مماس الدائرة.

(١-١) الأعداد الحقيقيّة

نشاط (١): يصب نهر الأردن في البحر الميت، ومع ذلك يتناقص ارتفاع سطح مياه البحر الميت قرابة متر سنوياً؛ بفعل الانتهاكات الإسرائيليّة التي طالت مياه نهر الأردن.

عدد الأمتار التي يتناقصها البحر الميت

خلال سنة ونصف = ١ $\frac{١}{٢}$ م

هذا العدد ينتمي إلى مجموعة ....

عدد الأمتار التي يتناقصها خلال سنتين

و٤ أشهر= ....

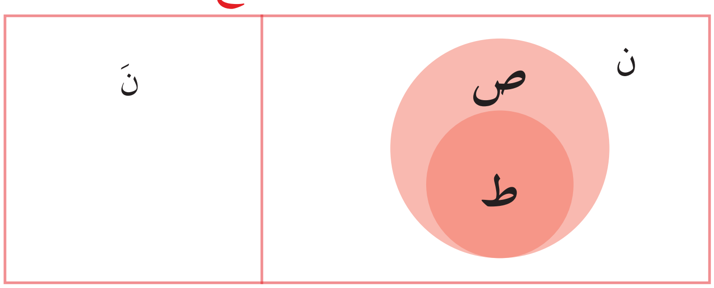
هذا العدد ينتمي إلى مجموعة ....

أتعلَّم

مجموعة الأعداد النّاتجة من اتحاد مجموعة الأعداد النسبيّة (ن)، ومجموعة الأعداد غير النسبيّة (نَ) تُسَمّى مجموعة الأعداد الحقيقيّة، ويُرمَز لها بالرمز ح، ونعبّر عنها بالرّموز

ح = ن ∪ نَ، وتُمَثِّلُ بأشكال ڤن كما يأتي:

الأعداد الحقيقيّة ح



حيث إنّ: ص: مجموعة الأعداد الصَّحيحة.

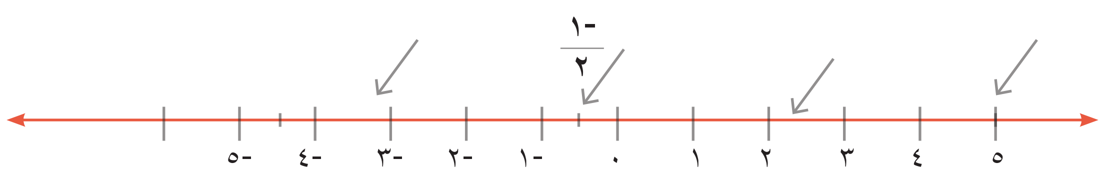
ط: مجموعة الأعداد الطبيعية.

نشاط تعاونيّ (٢): أصنّف الأعداد الآتية، حَسَبَ مجموعات الأعداد التي تنتمي إليها:

المجموعة / العدد	ط	ص	ن	نَ	ح
-٦	×	✓	✓	×	✓
$١\frac{٥}{٩}$	×	×			
٠					
$٠,\overline{٢٣}$					
٠,٦٨					
$\sqrt{٢}$					
π					
$-\sqrt{٩}$					
$\frac{٢}{٥}$					
$\sqrt[٣]{٦٤}$					
٠,١٥١١٥١١١٥ ⟶					

نشاط (٣): أُمَثِّلُ بشكل تقريبي الأعداد الحقيقيّة الآتية بنقاط على خطّ الأعداد:

$\frac{-١}{٢}$ ، ٥ ، $٢,\overline{٣}$ ، $-\pi$.



تمارينُ ومسائِل

١ أَكْتُبُ جميع مجموعات الأعداد التي ينتمي إليها كلّ عدد حقيقيّ مما يأتي:

$٤,\overline{٥}$ ، $\sqrt[٣]{٥٤}$ ، $-٠,٧$ ، $\sqrt{١٠٠}$ ، $\frac{-٥}{١٣}$ ، $-\sqrt{٣}$ ، $٢,١٢١١٢١١١١٢ \longrightarrow$ ، $\frac{٨}{٢٥}$

٢ أُمَثِّلُ بشكل تقريبي الأعداد الحقيقيّة الآتية بنقاط على خطّ الأعداد:

أ) $-٢,٤$ ب) $\sqrt{٥}$ جـ) $-\frac{١}{٦}$

٣ أقارنُ بين كلّ عددَيْنِ حقيقيّين فيما يأتي:

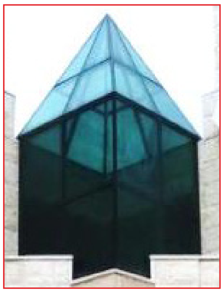
أ) $٥,٥$ ، $\sqrt{٢٤}$ ب) $-\frac{٢}{٩}$ ، $-٠,٢$ جـ) $\sqrt[٣]{٦٤}$ ، $\frac{٦٠}{١٥}$

٤ أ) هل جميع الجذور التربيعيّة أعداد غير نسبيّة؟ أوضِّح بأمثلة عدديّة.

ب) هل جميع الجذور التكعيبيّة أعداد غير نسبيّة؟ أوضِّح بأمثلة عدديّة.

(١ -٢) جمع الأعداد الحقيقيّة وطرحها

نشاط (١): مبنى نقابة المهندسين – فرع الخليل- يتوسطه مكعّب يعلوه هرم زجاجيّ، طول ضِلْع قاعدة أحد أوجهه ٣ أمتار، وطول الحافّة الجانبيّة له $\frac{٣\sqrt{٣}}{٢}$ متراً.



محيط الوجه الجانبي للهرم = ٣ +______+ ______

=________ متراً .

العدد الذي يمثّل المحيط هو عدد ________

تعريف: لأيّ عددَيْنِ حقيقيّين ﺃ ، ب: ﺃ – ب = ﺃ + (-ب)

نشاط (٢): أُكمِلُ إيجاد $\sqrt{٤٥}$ + ٦ $\sqrt{٥}$ – $\sqrt{٢٠}$ – $\sqrt{٢٥}$.

(أُلاحظ أنّني أجمع الحدود المتشابهة بعد تبسيطها).

= ٣$\sqrt{٥}$ + ٦$\sqrt{٥}$ – ٢$\sqrt{٥}$ – ٥ (لماذا؟) = ____________________

نشاط (٣): يوضّح الجدول الآتي بعض خواصّ عمليّة الجمع على الأعداد الحقيقيّة، فإذا كان ﺃ ، ب، جـ أعداد حقيقيّة، أَكْتُبُ مثالاً عدديّاً يوضّح كلّ خاصيّة من الخواصّ المذكورة أدناه:

خواصّ عمليّة الجمع على الأعداد الحقيقيّة		
الخاصيّة	**بالرّموز**	**بمثال عدديّ**
الانغلاق	ﺃ + ب ∈ ح	٤ + $\frac{١}{٣}$ = ٤$\frac{١}{٣}$ ∈ ح
التبديليّة	ﺃ + ب = ب + ﺃ	
التجميعيّة	ﺃ + ب + جـ = (ﺃ + ب) + جـ = ﺃ + (ب + جـ)	
العنصر المحايد	ﺃ + ٠ = ٠ + ﺃ = ﺃ	
النّظير الجمعيّ	ﺃ + -ﺃ = -ﺃ + ﺃ =٠.	

نشاط (٤): أَجِدُ ناتج $\sqrt{١٠} - \sqrt{١٦} + \sqrt{٤٠}$ بأبسط صورة:

$\sqrt{١٠} - \sqrt{١٦} + \sqrt{٤٠} = \sqrt{١٠} -$ ______ $+$ ________

= ______________

نشاط (٥): أَجِدُ قيمة س: $س + \sqrt{٢} = \sqrt{٥٠}$

$س + \sqrt{٢} - \sqrt{٢} = \sqrt{٥٠} - \sqrt{٢}$ (لماذا؟)

ومنها: $س + ٠ =$ _____________ (لماذا؟)

$س =$ _____________

تمارينُ ومسائِل

١ أَجِدُ قيمة كلٍّ ممّا يأتي، وأَكْتُبُه بأبسط صورة:

أ) $١,\overline{٩١} + -٠,٢$

ب) $-\sqrt[٣]{١٢٥} + ١١$

جـ) $(\sqrt{١٢} + \sqrt{٣})\sqrt{٣٦}$

د) $\sqrt{٢٨} - (٥\sqrt{٧} + \sqrt{٦٣})$

٢ أذكرُ الخاصيّة المستخدمة فيما يأتي:

أ) $\sqrt[٣]{٤} + ٠ = \sqrt[٣]{٤}$

ب) $-٣ + \frac{٥١}{١٧} = ٠$

جـ) $\pi + ٤ \in ح$

٣ **أُفكّر**: أوضِّح بأمثلة عدديّة ما يأتي:

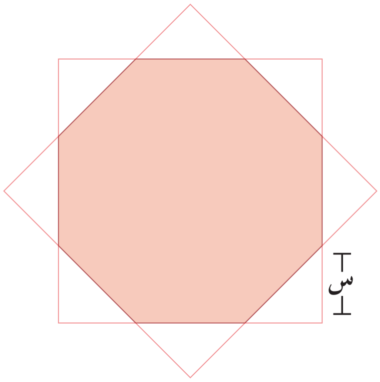
أ) مجموعة الأعداد غير النسبيّة غير مغلقة على عمليّة الجمع.

ب) مجموعة الأعداد غير النسبيّة غير مغلقة على عمليّة الطرح.

٤ أَحُلُّ المعادلة الآتية:

أ) $س - \sqrt{٨} = \sqrt{٢}$

(١-٣) ضرب الأعداد الحقيقيّة وقسمتها



نشاط (١): استُخْدِمت المربّعات المتطابقة والمثمّنات في تخطيط قاعدة مسجد قبة الصخرة، إذا كان طول ضِلْع المثمّنِ المنتظم (ضِلْع مسجد قبة الصخرة المشرفة) يساوي تقريبا ٢١,٦ متراً، فإنَّ:

محيط قاعدة مسجد قبة الصخرة: ـــــــــــــــ

هل يمكن إيجاد س؟

نشاط (٢): أَجِدُ ناتج $\sqrt{٢٥٠} \times \sqrt{٩٠}$

$\sqrt{٢٥٠} \times \sqrt{٩٠} = ٥\sqrt{١٠} \times$ ـــــــــــــــ = ـــــــــــــــــــــــ

نشاط (٣): أُكْمِلُ الجدول الآتي بكتابة اسم الخاصيّة، علماً أنّ أ، ب، جـ أعداد حقيقيّة:

خواصّ عمليّة الضّرب على الأعداد الحقيقيّة		
الخاصيّة	**بالرّموز**	**بمثال عدديّ**
الانغلاق	أ × ب ∈ ح	٢ ∈ ح ، $\sqrt{٩}$ ∈ ح ٢ × $\sqrt{٩}$ ∈ ح
	أ × ب = ب × أ	$\sqrt{١٨}$ × ٤ = ٤ × $\sqrt{١٨}$
	أ × ب × جـ = (أ × ب) × جـ = أ × (ب × جـ)	٢ × $\frac{٣}{٤}$ × -٥ = (٢ × $\frac{٣}{٤}$) × -٥ = ٢ × ($\frac{٣}{٤}$ × -٥)
العنصر المحايد	أ × ١ = ١ × أ = أ	٢,٣ × ١ = ١ × ٢,٣ = ٢,٣
	$\frac{أ}{ب}$ × $\frac{ب}{أ}$ = $\frac{ب}{أ}$ × $\frac{أ}{ب}$ = ١ أ ، ب ≠ ٠.	$\sqrt{٧}$ × $\frac{١}{\sqrt{٧}}$ = $\frac{١}{\sqrt{٧}}$ × $\sqrt{٧}$ = ١
	أ × (ب ± جـ) = (أ × ب) ± (أ × جـ)	$\frac{\sqrt{٥}}{٢}$ × (٢ + $\sqrt{٧}$) = ($\frac{\sqrt{٥}}{٢}$ × ٢) + ($\frac{\sqrt{٥}}{٢}$ × $\sqrt{٧}$)

نشاط (٤): أُكْمِلُ لإيجاد النّاتج بأبسط صورة:

١) $\sqrt{١٨} \div \sqrt{٢} = \_\_\_\_\_\_ \div \sqrt{٢} = \frac{٣\sqrt{٢}}{\sqrt{٢}} = \_\_\_\_\_\_\_\_$

٢) $\sqrt{٢} \div \sqrt{١٨} = \_\_\_\_\_\_\_\_$

هل $\sqrt{١٨} \div \sqrt{٢} = \sqrt{٢} \div \sqrt{١٨}$ ؟ ______

ماذا تلاحظ؟

نشاط (٥): أُكْمِلُ ما يأتي:

١) $\sqrt{٢} \times \sqrt{١٨} = \sqrt{٣٦} = ٦$

٢) $\sqrt{٣} \times \sqrt{٣} = \_\_\_\_\_\_ = \_\_\_\_\_\_$

نشاط (٦): أُكْمِلُ كتابة المقدارين الآتيين بأبسط صورة:

١) $\frac{١٥}{\sqrt{٦}} = \frac{١٥}{\sqrt{٦}} \times \frac{\sqrt{٦}}{\square} = \_\_\_\_\_\_\_\_$.

٢) $\frac{١}{٢ - \sqrt{٧}} = \frac{١}{٢ - \sqrt{٧}} \times \frac{٢ + \sqrt{٧}}{٢ + \sqrt{٧}} = \_\_\_\_\_\_\_\_$.

أَتَعَلَّم: عملية تحويل الجذور الصّمّاء في مقام عدد حقيقي إلى عدد نسبي يُسَمّى إنطاق المقام.

ملاحظة: العددان $٢ + \sqrt{٧}$ ، $٢ - \sqrt{٧}$ عددان مترافقان.

نشاط (٧): أَجِدُ قيمة س بأبسط صورة في المعادلة $٥ + \sqrt{٣}\,س = ٢س$

$٥ + \sqrt{٣}\,س - \sqrt{٣}\,س = ٢س - \sqrt{٣}\,س$ (لماذا؟)

$٥ + \_\_\_\_\_ = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_$

$٥ = س(٢ - \sqrt{٣})$

$س = \frac{٥}{٢ - \sqrt{٣}}$

$س = \_\_\_\_\_\_\_\_$

ومنها: $س = ١٠ + ٥\sqrt{٣}$

تمارينُ ومسائِل

١ أَجِدُ قيمة كلٍّ ممّا يأتي بأبسط صورة.

(أ) $\sqrt{٢} - \sqrt{٨}$

(ب) $١٢,٥ \times -\sqrt{٠,٠٤}$

(جـ) $\frac{\sqrt{١٤٤}}{\sqrt{٣٦}} \times \sqrt{\frac{١}{٣٦}}$

(د) $\sqrt{٢}\,(\sqrt{٣} + \sqrt{٤٨})$

٢ أَكْتُبُ المقادير الآتية بأبسط صورة:

(أ) $\frac{١}{\sqrt{٢}}$

(ب) $\frac{\sqrt{٢} - \sqrt{١٤}}{\sqrt{٢} + \sqrt{١٤}}$

٣ أَحُلُّ المعادلتين الآتيتين:

(أ) $\sqrt{٢}\,س - \sqrt{٢} = ٢$

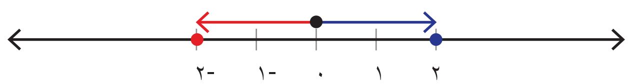
(ب) $٣ - \frac{١}{٢}\,س = س + ٠,٣$

(١-٤) القيمة المطلقة

أتذكر

عدد الوَحَدات الّتي يبعدها العدد الحقيقيّ أ عن الصفر على خطّ الأعداد تُسَمّى القيمة المطلقة للعدد الحقيقيّ أ، ويُرْمَزُ لها بالرمز | أ |.

نشاط (٢): أُلاحظ التّمثيل على خطّ الأعداد



|٢| = ________

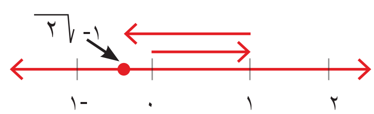
|-٢| = ________

ومنها: |٢| = |-٢| = ________

تعريف: إذا كان أ ∈ ح فإنَّ $|أ| = \begin{cases} أ ، & أ \geq ٠ . \\ -أ ، & أ < ٠ . \end{cases}$

مِثال(١): أَجِدُ $|١ - \sqrt{٢}|$ ؟

الحل:



$|١ - \sqrt{٢}| = -(١ - \sqrt{٢}) = \sqrt{٢} - ١$ (لماذا؟)

نشاط (٣): أكمل ما يأتي:

١) $\sqrt{(-٣)^{٢}} = \sqrt{٩} = ٣$

٢) $|-٣| =$ ________

٣) $\sqrt{(٧)^{٢}} =$ ________

ماذا تلاحظ؟

أتعلّم: إذا كان س عدداً حقيقيّاً، فإنَّ $\sqrt{س^{٢}} = |س|$

مِثال(٢): أَجِدُ قيمة /قيم س الّتي تحقّق المعادلة $س^{٢} = ٦$، باستخدام تعريف القيمة المطلقة:

الحل:

$س^{٢} = ٦$

$\sqrt{س^{٢}} = \sqrt{٦}$

$|س| = \sqrt{٦}$ (لماذا؟)

ومنها: $س = \pm \sqrt{٦}$

هل هناك طريقة أُخرى لحلّ هذه المعادلة؟

تمارينُ ومسائِل

١ أَجِدُ قيمة ما يأتي:

أ) $|-٥|$

ب) $|١,\overline{٦}|$

ج) $|٤ - ٨٧|$

د) $|٢\sqrt{٣} - \sqrt{٢}|$

٢ أَجِدُ قيم س الّتي تحقّق كلّاً من المعادلات الآتية باستخدام تعريف القيمة المطلقة:

أ) $س^٢ = ٣$

ب) $(س+٧)^٢ = ٢٠$

مهمة تقويمية (١):

١ أَجِدُ قيمة كلٍّ ممّا يأتي، وأَكْتُبُه بأبسط صورة:

أ) $\sqrt[٣]{٥٤} \times \frac{٦}{١٥} \times ٢٠$

ب) $(٢ - \sqrt{٣})(٢ + \sqrt{٣})$

ج) $(٧ - \sqrt{٣})^{-٣}(٧ - \sqrt{٣})^{٣}$

٢ أَكْتُبُ المقدار الآتي بأبسط صورة:

$$\frac{\sqrt{٢}+١}{\sqrt{٢}+٤}$$

٣ ما اسم الخاصيّة المستخدمة فيما يأتي:

أ) $٧ \times ٢\pi \in ح$

ب) $١ \times {}^{-}٣,٤ = {}^{-}٣,٤$

ج) $\sqrt{٩٠٠} \times \frac{١}{٣٠} = ١$

٤ أَجِدُ قيمة ما يأتي:

أ) $|٠|$

ب) $٢\left|\frac{\pi}{٢}\right|$

(١-٥) الأُسس وقوانينها (١)

نشاط (١): أُحَلِّلُ الأعداد ٦٤ ، ٥٠٠ إلى عواملها الأولية:

$٦٤ = ٢ \times ٢ \times ٢ \times ٢ \times ٢ \times ٢ = (\quad)^{٦}$ ، $٥٠٠ =$ ________________

$=$ ________________

تعريف: إذا كان $أ$ عدداً حقيقيّاً، فإنَّ $أ^{ن} = \underbrace{أ \times أ \times أ \times \ldots \times أ}_{ن \text{ مرة}}$، حيث $أ$ هي الأساس، $ن$ الأسّ.

نشاط (٢): أ) أَكْتُبُ ما يأتي باستخدام الأُسس:

١) $٨ \times ٨ \times ٨ \times ٨ = ٨^{٤}$

٢) $١٠ \times ١٠ \times ١٠ \times ١٠ \times ١٠ \times ١٠ =$ ________________

٣) $-٧ \times -٧ \times -٧ \times -٧ =$ ________________

نشاط (٣): أَجِدُ قيمة:

١. أ) $٣^{٤} \times ٣^{٢} = ٨١ \times ٩$

$=$ __________

أَتَعَلَّم: إذا كان $أ$ عدداً حقيقيّاً، وكان $م$ ، $ن$ عددَيْنِ صحيحَيْنِ موجبَيْن،
فإنَّ $أ^{م} \times أ^{ن} = أ^{م+ن}$.

نشاط (٤): أَجِدُ قيمة ما يأتي:

١) $\frac{٧^{٣}}{٧^{١}} = \frac{\cancel{٧} \times ٧ \times ٧}{\cancel{٧}} = ٤٩$ ، $٧^{٢} =$ __________

٢) $٢^{٥} \div ٢^{٢} =$ __________ ، $٢^{٣} =$ __________

ماذا تلاحظ؟

أتعلَّم : إذا كان $أ$ عدداً حقيقيّاً، وكان م ، $ن$ عددَيْنِ صحيحيْنِ موجبَيْنِ،

فإنَّ $\frac{أ^{م}}{أ^{ن}} = أ^{م - ن}$، حيثُ $أ \neq ٠$.

إذا كان $أ$ ، ب عددَيْنِ حقيقيَّيْن، وكان $ن$ عدداً صحيحاً موجباً،

فإنَّ $(أ \times ب)^{ن} = أ^{ن} \times ب^{ن}$

إذا كان $أ$ ، ب عددَيْنِ حقيقيّيْن، وكان $ن$ عدداً صحيحاً موجباً،

فإنَّ $\left(\frac{أ}{ب}\right)^{ن} = \frac{أ^{ن}}{ب^{ن}}$ ، حيث ب $\neq ٠$.

نشاط (٥): أُكْمِلُ كتابة ما يأتي بأبسط صورة:

أ) $(-٣)^{٢} + ١٥ \times ٤ = ٩ + ٦٠ =$ ________________

ب) $\frac{(٢ \times ٣)^{٣}}{(٢ \times ٢)^{٢}} =$ ____________________

جـ) $\left(\frac{\sqrt{٥}}{٥}\right)^{٣} - ٥ =$ ____________________

د) $(٢ - \sqrt{٥})^{٨}(٢ + \sqrt{٥})^{٨} =$ ____________________

تعريف: إذا كان a عدداً حقيقيّاً، حيث $a \neq ٠$ ، فإنَّ $a^{٠} = ١$.

نشاط (٧): أَجِدُ $\frac{٢^{٣}}{٢^{٣}}$ بطريقتين:

الطريقة الأولى: $\frac{٢^{٣}}{٢^{٣}} = ١$ (لماذا؟)

الطريقة الثانية: $\frac{٢^{٣}}{٢^{٣}} =$ _______ $= ٢^{٠}$ ومنها $٢^{٠} =$ ________

تمارينُ ومسائِل

١ أَكْتُبُ الناتج بصورة أُسيّة:

أ) $(-١,٣)^{٤} \times (-١,٣)^{٩}$

ب) $\frac{(٧٦)^{١١}}{(٧٦)^{٥}}$

٢ أَجِدُ ناتج ما يأتي بأبسط صورة:

أ) $(\sqrt{٣}\ \sqrt{٢٧})^{٣}$

ب) $٢(٨ \times ٨)^{٠} + ٨$

جـ) $(-٧)^{٤} - (\sqrt{٣})^{٤}$

قوانين الأسس (٢)

نشاط (١): كَلّفَ المعلمُ محموداً وصُهيباً إيجاد قيم المقدارين $\left(\left(\frac{1}{2}\right)^{2}\right)^{3}$ ، $\left(\frac{1}{2}\right)^{6}$:

صهيب	محمود
$\left(\frac{1}{2}\right)^{6} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$	$\left(\left(\frac{1}{2}\right)^{2}\right)^{3} = \left(\frac{1}{4}\right)^{3} = \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{4}$
$= \frac{1}{64}$	$= \frac{1}{64}$

ماذا تلاحظ؟

أَتَعَلَّم: إذا كان a عدداً حقيقيّاً، $a \neq 0$ ، وكان م،ن عددَيْنِ صحيحَيْن،
فإنَّ $(a^{n})^{m} = a^{n \times m}$

نشاط (٢): أَجِدُ ناتج ما يأتي:

١) $(2^{3})^{2} = (2)^{6} =$ ________________ ٢) $((\sqrt{2})^{2})^{3} =$ ________________

أَتَعَلَّم: إذا كان a عدداً حقيقيّاً، $a \neq 0$، وكان ن عدداً صحيحاً موجباً، فإنَّ $a^{-n} = \frac{1}{a^{n}}$.

نشاط (٣): أ) أُكْمِلُ إيجاد $(3)^{-2} =$ ____________________

ب) إذا كان ل $= \sqrt{2}$ ، م = ٣، أَجِدُ:

$\frac{ل^{-5}}{م^{-2}} = \frac{م^{2}}{ل^{5}} =$ ____________________

أَتَعَلَّم: إذا كان a عدداً حقيقيّاً موجباً، وكان $a^{س} = a^{ن}$ ، فإنَّ س = ن، $a \neq 1$

نشاط (٤): أَحُلُّ المعادلات الأسيّة الآتية:

١) $٢^{س} = ٥١٢$

$٢^{س} = ٢^{٩}$ (لماذا ؟)

بما أنّ الأساسات متساوية، فإنَّ الأُسس متساوية.

ومنها: س = ________

٢) $\frac{٣^{س}}{٩^{-س}} = (س)^{٠} \times ٨١$ حيث س$\neq$٠

$٣^{س} \times$ __ $= ٨١$ ⟵ = ________

أَتَعَلَّم: قوانين الأُسس السّابقة صحيحة للقوى الكسرية.

نشاط (٥):

١) أَجِدُ $ه^{\frac{١}{٢}} \times ه^{\frac{١}{٢}} = ه^{\frac{١}{٢}+\frac{١}{٢}}$

= ______

٢) $\sqrt{ه} \times \sqrt{ه} = \sqrt{ه \times ه} =$ ______ .

٣) $ه^{\frac{٣}{٢}} \times ه^{\frac{٣}{٢}} = ه^{\square} = ه^{٣} =$ ________

ماذا تلاحظ؟

أَتَعَلَّم: إذا كان ﺃ عدداً حقيقيّاً موجباً، وكان م ، ﻥ عددَيْنِ صحيحيْنِ موجبيْن،

فإنَّ $ﺃ^{\frac{١}{ﻥ}} = \sqrt[ﻥ]{ﺃ}$ ، $ﺃ^{\frac{م}{ﻥ}} = \sqrt[ﻥ]{ﺃ^{م}}$ ، يُسَمّى ﻥ دليل الجذر.

نشاط (٦): أَجِدُ ناتج ما يأتي:

١) $(-٢٧)^{\frac{١}{٣}} = \sqrt[٣]{-٢٧} =$ ________

٢) $(٦٤)^{\frac{١}{٦}} =$ ________

تمارينُ ومسائِل

١ أَجِدُ ما يأتي بأبسط صورة:

أ) $\frac{(\text{١٢٣})^{\text{٦}}}{(\text{١٢٣})^{\text{٥}}}$

ب) $(\text{-١٢٨})^{\frac{\text{١}}{\text{٧}}}$

جـ) $((\text{١} - \sqrt{\text{٣}})^{\text{٢}})^{\text{٢}}$

د) $(\text{٩}^{\text{٥}})^{\frac{\text{١}}{\text{٥}}}$

٢ أَكْتُبُ المقادير الآتية بأبسط صورة:

أ) $(\text{٣ س}^{\text{٢}}\text{ ص}^{\text{٣}})^{\text{٤}}$

ب) $\frac{(\text{٣م}^{\text{٤}})^{\text{٢}}}{\text{م}^{\text{٥}}}$

٣ أَجِدُ قيمة س فيما يأتي:

أ) $\text{٣}^{\text{س}} = \text{٨١}$

ب) $\frac{\text{٥}^{\text{٢س}}}{\text{٥}^{\text{س}}} = \text{١٢٥}$

مهمة تقويمية (٢):

١ أَجِدُ ناتج ما يأتي بأبسط صورة:

أ) $\text{٢}(\text{٨} \times \text{٨})^{\text{٠}} + \text{٨}$

ب) $\left(\frac{\sqrt{\text{٨}}}{\text{٣}}\right)^{\text{٣}}$

جـ) $\text{٥}^{\text{-١}}$

د) $((\text{١} - \sqrt{\text{٣}})^{\text{٢}})^{\text{٢}}$

٢ أحلّ المعادلات الآتية:

(١) $\frac{\text{٣}^{\text{٥س}}}{\text{٣}^{\text{س}}} = \text{٢٧}$

(٢) $\text{٥س} - \sqrt{\text{٢}} = \text{٥}\sqrt{\text{٢}}$

(٣) $\text{٥}^{(\text{٣ - س})} = \text{١}$

٣ اكتب المقادير الآتية في أبسط صورة:

أ) $\frac{(\text{٣س}^{\text{٤}})^{\text{٢}}}{\text{س}^{\text{٥}}}$

ب) $\left(\frac{\text{٢س}^{\text{٢}}\text{ص}}{\text{٤ص}}\right)^{\text{٣}}$

(١-٦) المسافة بين نقطتين

نشاط (١): للمسجد الأقصى عدة مآذن، أراد أحد الأشخاص الانتقال من مئذنة باب الأسباط إلى مئذنة باب السّلسلة، أمامه المسلكان الآتيان:

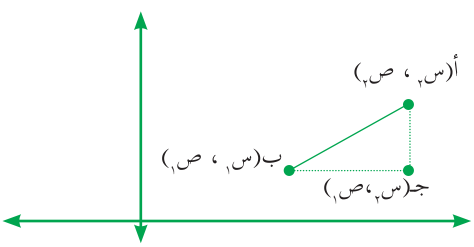
الأوّل: من مئذنة باب الأسباط إلى مئذنة باب الغوانمة، ثُمَّ إلى مئذنة باب السلسة.

الثّاني: من مئذنة باب الأسباط إلى مئذنة باب السّلسلة مباشرة في خط مستقيم.

أُحَدِّدُ المسلكيْنِ على المخطط المجاور.

أُقارنُ بين المسلكيْنِ، من حيثُ المسافة.

نشاط (٢): في الشَّكْل المقابل، إذا كانت إحداثيّات النُّقطة ب(س$_١$،ص$_١$)، إحداثيّات النُّقطة أ (س$_٢$ ، ص$_٢$) ،



فإنَّ طول القطعة المستقيمة $\overline{\text{أ جـ}}$ = ص$_٢$ − ص$_١$ ،

وطول القطعة المستقيمة $\overline{\text{ب جـ}}$ = ________ .

باستخدام نظرية فيثاغورس:

أ ب = ________________________ .

أَتَعَلَّم: إذا كانت أ(س$_١$ ، ص$_١$)، ب(س$_٢$، ص$_٢$) نقطتَيْن في المستوى الدّيكارتِيّ، فإنَّ المسافة بينهما تُعطى بالقانون: أب = $\sqrt{(س_٢ - س_١)^٢ + (ص_٢ - ص_١)^٢}$

نشاط (٣): إذا كانت م(-٢ ، -٢) ، ن(٢ ، ١) ، ل(٦ ، ٤)، أَجِدُ كلّاً من: م ن، ن ل ، م ل :

م ن $= \sqrt{(\text{س}_٢ - \text{س}_١)^٢ + (\text{ص}_٢ - \text{ص}_١)^٢}$

$= \sqrt{(٢ - {}^-٢)^٢ + (١ - {}^-٢)^٢}$

$= \sqrt{(٤)^٢ + (٣)^٢}$ = ٥ وحدات

ن ل $= \sqrt{(٦ - ٢)^٢ + (٤ - ١)^٢}$ = ________ وحدة

م ل = ________________________

أُلاحظُ العلاقة بين أطوال القطع المستقيمة النّاتجة من حساب المسافة بين كل نقطتين، ومنها النِّقاط: م، ن، ل تقع على استقامة واحدة.

نشاط (٤): ما نوع المُثَلَّث ك ل م ، الذي رؤوسه ك(٠ ، ٤) ، ل(٢ ، ٢) ، م(٠ ، ٠)؟

نجد: ك ل $= \sqrt{(٢ - ٠)^٢ + (٢ - ٤)^٢} = \sqrt{(٢)^٢ + (-٢)^٢}$

$= \sqrt{٤ + \_\_}$ = _____

ك م $= \sqrt{(٠ - ٤)^٢ + (٠ - ٠)^٢}$ = ________

ل م = ____________

أُلاحظُ العلاقة بين أطوال أضلاع المُثَلَّث، ومنها المُثَلَّث ك م ل هو مُثَلَّث __________.

تمارينُ ومسائِل

١ أحسبُ المسافة بين النُّقطتين فيما يأتي:

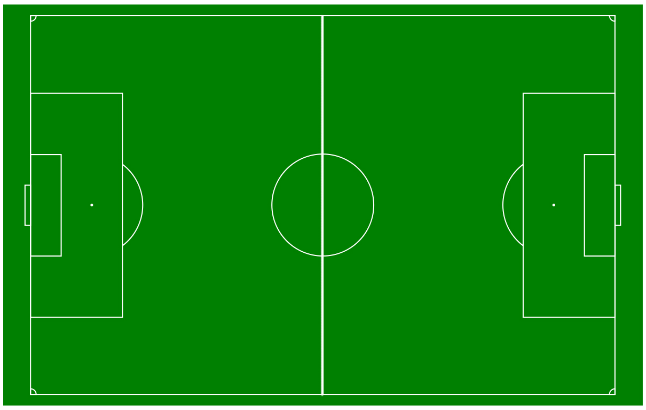
أ) أ (٢ ، ٧) ، ب (٦، ١١).

ب) م (٥ ، -٢) ، ن (-١ ، ٦).

٢ ما نوع المُثَلَّث الذي رؤوسه أ(١ ، ٤) ، ب(-١ ، -٢) ، جـ (٢ ، -٣)؟

(١ - ٧) إحداثيّات نقطة منتصف القطعة المستقيمة

نشاط (١): تقوم اللجنة الرياضيّة بمساعدة معلم الرّياضة في تخطيط الملاعب، تمّ تخطيط الملعب المجاور، وبقي تحديد نقطة منتصف الملعب.



اقترح محمد استخدام الخيط؛ لتحديد نقطة المنتصف.

أقترحُ طريقة أُخرى لتحديد نقطة المنتصف: ________________.

نشاط (٢): أُمَثِّلُ النقطتين أ(-١ ، ٤) ، ب(٥ ، ٢) في المستوى الدّيكارتِيّ، ثُمَّ أَصِلُ بينهما بقطعة مستقيمة. وأُمَثِّلُ النُّقطة جـ (٢ ، ٣) في المستوى نفسه، ثُمَّ أقيس بالمسطرة المسافة بين النُّقطة جـ والنقطتين أ ، ب.

ماذا أُلاحظُ؟

أُلاحظُ أنّ: $٢ = \frac{-١ + ٥}{٢}$

وأن ٣ = ______

أَتَعَلَّم: إذا كانت أ($س_١$ ، $ص_١$) ، ب($س_٢$ ، $ص_٢$) نقطتين في المستوى الدّيكارتِيّ، فإنَّ إحداثيّات نقطة منتصف القطعة المستقيمة أ ب = $\left(\frac{س_١ + س_٢}{٢} ، \frac{ص_١ + ص_٢}{٢}\right)$.

نشاط (٣): لتكن أ (٩ ، ٣) ، ب (٥ ، ١) ، جـ (-٤ ، ٨) ، إحداثيّات منتصف أب هي $\left(\frac{٩ + ٥}{٢} ، \frac{٣ + ١}{٢}\right)$ = (،   )

إحداثيّات منتصف أجـ هي ________________ .

نشاط (٤): أ ، ب ، جـ تُمَثِّلُ ثلاثة مواقع في المستوى الدّيكارتِيّ: الموقع ب (٦ ، -٤) هو منتصف المسافة بين أ ، جـ، إذا كان موقع أ(٥ ، -٣)، فما موقع جـ؟

أَفرضُ إحداثيّات الموقع جـ (س$_{٢}$ ، ص$_{٢}$)

$$(\text{٦} \,،\, \text{-٤}) = \left(\frac{\text{٥} + \text{س}_{\text{٢}}}{\text{٢}} \,،\, \frac{\text{-٣} + \text{ص}_{\text{٢}}}{\text{٢}}\right)$$

$$\text{٦} = \frac{\text{٥} + \text{س}_{\text{٢}}}{\text{٢}}$$

س$_{٢}$ = ________

-٤ = ________

ص$_{٢}$ = ________

تمارينُ ومسائِل

١ أَجِدُ إحداثيَّي النُّقطة جـ ، حيث جـ منتصف أب في الحالات الآتية:

أ) أ (٢ ، ٤) ، ب (٦ ، ٠).   ب) أ (٧ ، -٥) ، ب (-٣ ، ٥).

٢ إذا كانت جـ (س ، -٣) منتصف أب ، أَجِدُ كُلّاً من س ، ص ، بحيث:

أ (-٣ ، ص) ، ب (٩ ، ١١).

مهمة تقويمية (٣):

١ جد الإحداثي الصادي للنقطة ن إذا علمت أنها منتصف القطعة المستقيمة أ ب حيث:

أ(-٣،٢)   ب(٥،١)

٢ إذا كانت المسافة بين النقطتين ل (أ ، ٧) ، ك (٣أ - ١ ، -٥) تساوي ١٣ وحدة، أَجِدُ قيمة/قيم أ.

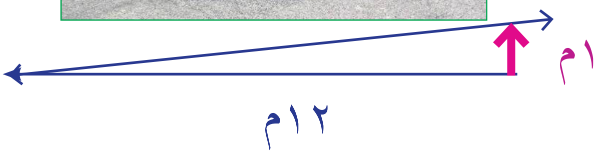
(١ - ٨) مَيل الخطّ المستقيم

نشـاط (١): يقتضـي قانـون دمـج الطلبـة ذوي الإعاقـة فـي المـدارس الحكوميّـة الفِلَسـطينيّة مواءمـة المـدارس والمراكـز والمؤسّسـات التربويّـة بمـا يتناسـب والأشـخاص ذوي الإعاقـة، ومنهـا الممـرّات، والسّـطوح المائلـة اللّازمـة لتسـهيل حركـة الكراسـي المُدَوْلَبَـة الخاصّـة بـذوي الإعاقـة فـي المـدارس. والإرشـادات الخاصّـة بهـذه الكراسـي تسـمح كحـدّ أقصـى بارتفـاع عمـوديّ، مقـداره متـر واحـد لـكل ١٢ متـراً أُفُقِيّـاً للسّـطوح المائلـة.

النسبة $\frac{١}{١٢}$ تُسَمّى مَيل السطح المائل، وتصف شدة انحداره،

فإذا كان الارتفاع العموديّ يساوي $\frac{١}{٢}$ متر، فإنَّ أقلّ بُعْدٍ أُفُقِيٍّ مناسب =________

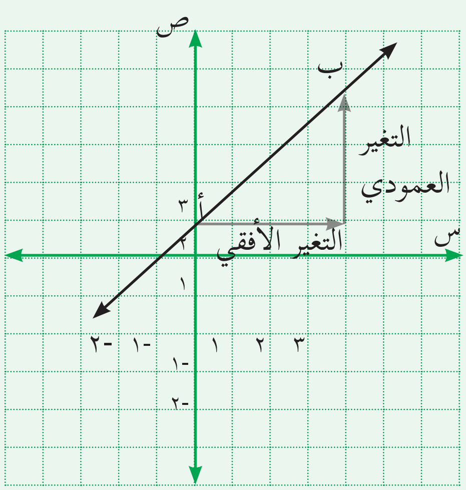
مَيل السطح = ________________



أيُّهما أكثر انحداراً، السّطح الّذي ميله $\frac{١}{١٢}$ ، أَمِ السّطح الّذي انحداره $\frac{١}{١٥}$

تعريف: إذا كانت أ(س$_١$ ، ص$_١$) ، ب(س$_٢$ ، ص$_٢$) نقطتَيْنِ على الخطّ المستقيم أ ب ، فإنَّ:

مَيل الخطّ المستقيم أ ب (م) = $\frac{\text{التغير العمودي}}{\text{التغير الأفقي}}$ = $\frac{\text{التغير في الإحداثيات الصادية}}{\text{التغير في الإحداثيات السينية}}$



= $\frac{\Delta ص}{\Delta س}$ = $\frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١}$.

حيث س$_١$ ≠ س$_٢$

نشاط (٢): أَجِدُ مَيل الخطّ المستقيم المارّ بالنُّقطتَيْن الآتيتين:

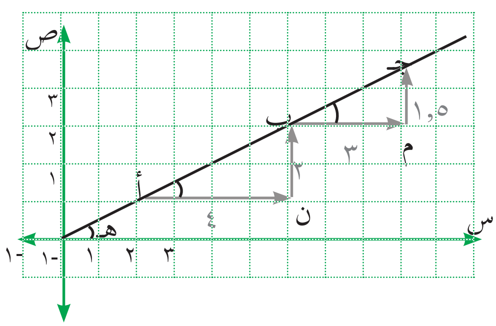
١) (٣ ، ٥) ، (٠ ، -٢).

$$م = \frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١} = \text{\_\_\_\_\_\_\_\_} = \text{\_\_\_\_\_\_\_\_} = \frac{٧}{٣}$$

٢) ر(-٤ ، ٣) ، ل(٠ ، ١).

$$مَيل\ الخطّ\ المستقيم\ ر\ ل = \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square}$$

نشاط (٣): النِّقاط أ ، ب ، جـ واقعة على الخطّ المستقيم في المستوى البيانيّ، أُكْمِلُ:



في المُثَلَّث جـ م ب: $\frac{\Delta ص}{\Delta س}$ = ________

في المُثَلَّث ب ن أ: $\frac{\Delta ص}{\Delta س}$ = ________

ميل أب ________ ميل ب جـ

قياس الزّاوية هـ = قياس الزّاوية م ب جـ = قياس الزّاوية ن أ ب . لماذا؟________

في المُثَلَّث ب ن أ: ظلّ الزّاوية ب أ ن = ________

في المُثَلَّث جـ م ب: ظلّ الزّاوية جـ ب م =________

ما العلاقة بين ظلّ الزّاوية ب أ ن ، وظلّ الزّاوية جـ ب م ؟ ________

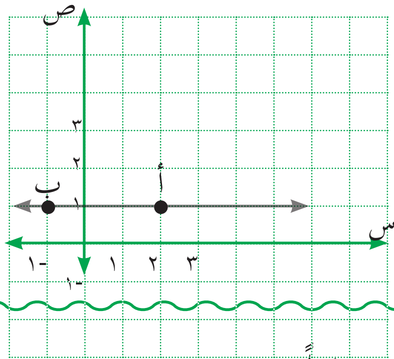
ما العلاقة بين ظا هـ ، ومَيل الخطّ المستقيم أ جـ ؟ ________

أَتَعَلَّم: مَيل الخطّ المستقيم = ظاهـ ، حيث هـ هي الزّاوية الّتي يصنعها الخط المستقيم مع محور السّينات الموجب.

نشاط (٤): أَجِدُ مَيل الخط المستقيم الّذي يصنع زاوية قياسها ٦٠° مع محور السّينات الموجب:

الميل = ظاهـ = ظا م = ____ = ____

نشاط (٥): إذا كانت أ (٢ ، ١) ، ب (-١ ، ١)، كما في الشَّكْل، أَجِدُ ميل $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ ؟

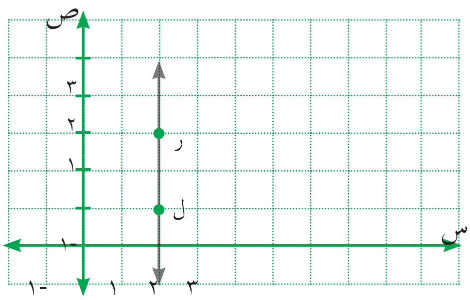


ميل $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ = $\frac{١ - ١}{(١^-) - ٢}$ = $\frac{\boxed{}}{\boxed{}}$ = ______

الخط المستقيم أ ب يوازي محور ______

أتَعَلَّم : مَيل الخطّ المستقيم الموازي لمحور السّينات يساوي صفراً.

نشاط (٦):

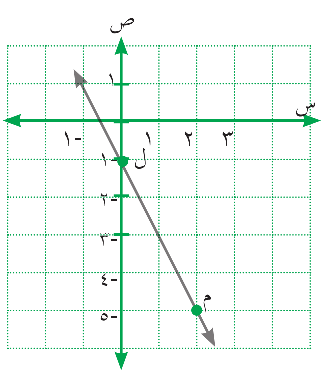


إذا كانت ل(٢ ، ١) ، ر(٢ ، ٣)، أُلاحظُ أنَّ:

$س_٢ - س_١ = ٠$ ، فيكون مَيل الخط المستقيم غير معرّف، والخط المستقيم ر ل يوازي محور ________.

أتَعَلَّم : مَيل الخطّ المستقيم الموازي لمحور الصّادات يساوي دائماً كمّيّة غير معرّفة.

تمارينُ ومسائِل



١ أَجِدُ مَيل الخط المستقيم أ ب في كلٍّ من الحالات الآتية:

أ (-١ ، ٢) ، ب (٥ ، ٤). ب أ (٢ ، -١) ب (٤ ، -١).

جـ زاوية مَيل الخط المستقيم أ ب = ٤٥°.

٢ أَجِدُ مَيل الخط المستقيم م ل في الشَّكْل المجاور:

٣ أُبَيِّنُ باستخدام المَيل أنّ النِّقاط الآتية: أ (٢ ، -١)، ب (٣ ، ٢)، جـ (٤ ، ٥) تقع على استقامة واحدة.

(١ - ٩) معادلة الخطّ المستقيم

نشاط (١): تمتاز فِلَسطين بطقس حارّ جافّ صيفاً، معتدل شتاءً، وبذلك تتنوّع فيها المزروعات، كالزّيتون، والعنب، والحَمضيّات، وبعض النّباتات الموسميّة أيضاً. فإذا علمت أنّ نبتة فاصولياء طولها ٣ سنتمترات، وتنمو بمعدل ٢ سنتمتراً يوميّاً، وكان طول النَّبتة ص سنتمتراً بعد س يوماً معطى بالعلاقة: ص = ٢س + ٣ ،

أُكْمِلُ الجدول الآتي:

س(يوميّاً)	٠	١	٢	٣	
ص (طول النّبتة)	٣		٧		

طول النّبتة في نهاية اليوم الخامس = ________________

طول النّبتة في نهاية اليوم الحادي عشر = ____________

أُمَثِّلُ ص = ٢س + ٣ بيانيّاً:

مَيل الخط المستقيم = ______________

= ______________

الإحداثيّ الصّاديّ لنقطة تقاطع الخط المستقيم ومحور الصّادات = ___

أتَعلَّم: الإحداثيّ الصّاديّ لنقطة تقاطع الخط المستقيم، ومحور الصادات يُسَمّى المقطع الصّاديّ.

تعريف: معادلة الخطّ المستقيم الذي مَيله (م)، ومقطعه الصّاديّ (جـ) هي:

ص = م س + جـ ، حيث م ، جـ ∋ ح .

مِثال(١): أَجِدُ معادلة الخطّ المستقيم الذي مَيله = $\frac{٣}{٤}$ ، ويقطع محور الصّادات عند النُّقطة (٠ ، -٢).

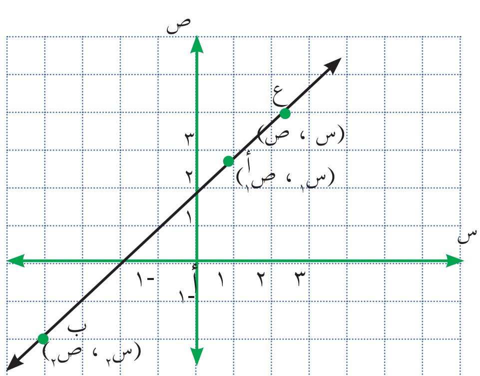
الحل: معادلة الخط المستقيم هي ص = م س + جـ ، وبما أنّ م = $\frac{٣}{٤}$ ، والمقطع الصّاديّ جـ = -٢ ، يَنْتُجُ أنّ ص = $\frac{٣}{٤}$ س − ٢ .

نشاط تعاونيّ (٢): أُكْمِلُ الجدول الآتي:

معادلة الخط المستقيم	المَيل	المقطع الصّاديّ
ص = ٢س − ٥	٢	
ص = س		
ص = -٢		
٣ص = ٦ + ١٢س		٢

نشاط (٣): في الشَّكْل المجاور، ميل الخط المستقيم، بالاعتماد على النقطتين أ ، ب

$$م = \frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١}$$



إذا كانت ع(س ، ص) نقطة واقعة على الخط المستقيم أب ، فإنَّ ميله = م = $\frac{ص - ص_١}{\boxed{\quad - \quad}}$

ومنه:

$$ص - ص_١ = م (س - س_١)$$

أو $$ص = م(س - س_١) + ص_١$$

تعريف: معادلة الخط المستقيم الّذي مَيله م، ويمرّ بالنُّقطة (س$_1$،ص$_1$) هي: ص = م (س – س$_1$) + ص$_1$.

نشاط (٤):

أَجِدُ معادلة الخط المستقيم الّذي يمرّ بالنُّقطة أ (٢ ، ٣)، وميله يساوي ٤ :

معادلة الخط المستقيم الّذي مَيله م = ٤ ، ويمرّ بالنُّقطة (٢ ، ٣) هي:

ص = م (س – س$_1$) + ص$_1$، ومنها ص = ٤(س – ☐) + ______

إذن: ص = ٤س – ☐

ملاحظة: معادلة محور الصّادات هي س = ٠ ، ومعادلة محور السّينات هي ص = ٠

أُفَكِّر وأُناقش ما معادلة الخط المستقيم الّذي يمرّ بالنُّقطة (-٣ ، ٤)، ويوازي محور السّينات؟

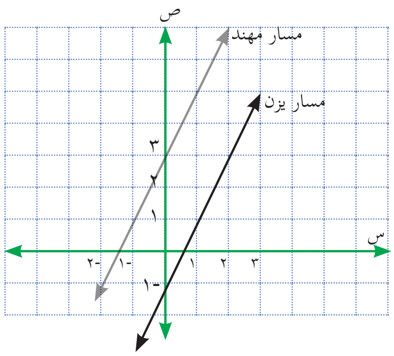
نشاط (٥):

أَجِدُ معادلة الخط المستقيم الّذي مقطعه السّيني ٥ ، ومقطعه الصّاديّ ٣ :

المستقيم يمرّ بالنُّقطتَيْن (٥ ، ٠) ، (٠ ، ٣) ، وبالتّالي فإنَّ: م = $\frac{\text{ص} - \text{ص}_1}{\text{س} - \text{س}_1}$ =

$\frac{٣ - ☐}{٠ - ☐}$ = ___ ومنها: ص = $\frac{-٣}{٥}$ س + ٣

نشاط (٦): انطلق يزنُ ومهنّدٌ لممارسة رياضة الجري في مسارَيْنِ متوازيَيْن: الأوّل حَسَبَ الخطّ ص = ٢س − ١ ، والثّاني حَسَبَ الخطّ ص = ٢س + ٣.



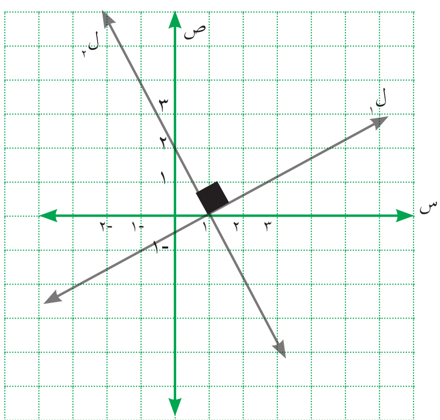
مَيل الخط المستقيم الأوّل (مسار يزن) = ____

مَيل الخط المستقيم الثّاني (مسار مهنّد) = ___

ماذا أُلاحظ؟

أَتَعَلَّم: إذا توازى خطّان مستقيمان، فإنّ مَيليهِما متساويان، والعكس صحيح.

نشاط (٧): الخط المستقيم $ل_{١}$ يمرّ بالنُّقطتَيْن (١ ، ٠) ، (-١ ، -١)، والخط المستقيم $ل_{٢}$ يمرّ بالنُّقطتَيْن (١ ، ٠) ، (٠ ، ٢) ، وهما متعامدان.



مَيل الخط المستقيم $ل_{١}$ = $م_{١}$ =

_____________ = ___________،

ومَيل الخط المستقيم $ل_{٢}$ =

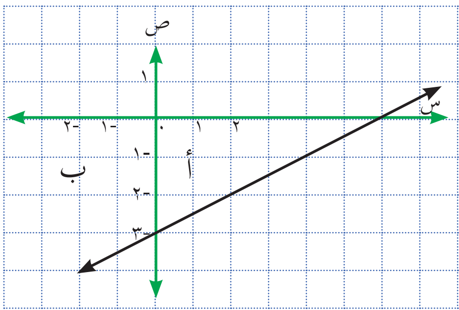
$م_{٢}$ = _____________ = __________،

أَجِدُ: $م_{١}$ × $م_{٢}$ = ___________ = __________

أَتَعَلَّم: إذا تعامدَ خطّان مستقيمان، فإنّ حاصل ضرب ميليهِما يساوي -١ ، والعكس صحيح.

تمارينُ ومسائِل

١ أَجِدُ معادلة الخطّ المستقيم في كلٍّ من الحالات الآتية:



أ) الخط المستقيم الّذي مَيله $\frac{-٣}{٢}$ ، ومقطعه الصّاديّ ٤.

ب) الخط المستقيم المارّ بالنُّقطتيْن (٧ ، ١) ، (-٢ ، ٣).

جـ) الخط المستقيم المارّ بنقطة الأصل، والنُّقطة (٢ ، -٣).

د) الخط المستقيم في الشَّكْل المجاور.

٢ أَجِدُ معادلة كلٍّ من المستقيمات الآتية:

أ) الخط المستقيم المارّ بنقطة الأصل، وعموديّ على المستقيم الّذي معادلته ٣س – ص – ١=٠.

٣ أَجِدُ معادلة الخطّ المستقيم الموازي لمحور الصّادات، ويمرّ بالنُّقطة (-٣ ، ٤).

٤ أُبيِّنُ أيّ النِّقاط الآتية تقع على الخط المستقيم الّذي معادلته: س + ٢ص = ٣

أ(٢ ، -٣) ، ب (٥ ، -١) .

مهمة تقويمية (٤):

١ مستقيم ميله ٤ ويمر بالنقطتين (٧، -٢)، (٩، ص) جد قيمة ص العددية.

٢ جد المقطع السيني للمستقيم الذي معادلته: ٢س + ٣ص - ٦= ٠

٣ إذا كانت النقطة (١،٢) تقع على الخط المستقيم الذي معادلته أس + ٢ص - ٨ = ٠
جد قيمة أ

٤ هل النقطة (٥،-١) تقع على المستقيم الذي معادلته: س + ٢ص = ٣ ؟ ولماذا؟

٥ خط مستقيم ميله= ومقطعه الصادي = ٢ جد نقطة تقاطعه مع محور السينات.

ورقة عمل الوحدة الأولى

١ أضعُ دائرة حول رمز الإجابة الصَّحيحة:

١) ما العدد الحقيقيّ الذي يقع بين العددَيْن ١١ ، ١٢ ؟

أ) $١ + \sqrt{٩٩}$ ب) $١ + \sqrt{١٢١}$ جـ) $\sqrt{١٣٢}$ د) $\sqrt{١٦٩}$

٢) ما قيمة $(س + ١)^{٠}$ ، حيث س عدد حقيقيّ، س $\neq$ -١:

أ) ١ ب) س جـ) -١ د) صِفْر.

٣) طول القطعة أ ب يساوي ٢ وحدة، إحداثيّات النُّقطة أ(٠ ، ٠)، فما إحداثيّات النُّقطة ب؟

أ) (١ ، ١) ب) (٢ ، ٢) جـ) (٢ ، ٠) د) ($\sqrt{٢}$ ، ٠)

٤) إذا كانت (٤ ، -٣) منتصف أب ، حيث أ (٣ ، -٤)، فما إحداثيّ ب؟

أ) (٥ ، -٢). ب) (٥ ، ٢). جـ) (٢ ، ٥). د) (-٢ ، ٥).

٥) ما مَيل الخط المستقيم المارّ بالنُّقطتَيْن أ (٠ ، ١)، ب (٦ ، ٣)؟

أ) ٣ ب) -٣ جـ) $\frac{١}{٣}$ د) $-\frac{١}{٣}$

٦) ما المقطع الصّاديّ للخط المستقيم الّذي معادلته ٣ص = ٢س − ١٢؟

أ) ٤ ب) -٤ جـ) $\frac{٢}{٣}$ د) ٣

٢ أَجِدُ ناتج ما يأتي:

أ) $|-٨,٣|$ ب) $\left|\frac{٣}{٧}\right| - |٧|$

٣ أَجِدُ قيمة كلٍّ ممّا يأتي بأبسط صورة:

أ) $\sqrt{١٢} + ٢\sqrt{٣} + \sqrt{١٠٠}$ ب) $(٨ - \sqrt{٥})^{٤} (٨ - \sqrt{٥})^{-٤}$

٤ أَجِدُ قيمة س فيما يأتي:

أ) $\sqrt{٥}$ س − $\sqrt{٥}$ - ٥ = ٠ . ب) $(س - ٢)^{٢} = ٢٥$

٥ خط مستقيم، مَيله $\frac{١}{٥}$ ، ومقطعه الصّاديّ يساوي ٢ ، أَجِدُ:

أ) معادلة الخط المستقيم. ب) نقطة تقاطعه مع محور السّينات.

اختبار الوحدة الأولى

س١: ضع دائرة حول رمز الإجابة الصحيحة فيما يأتي:

١) أي من الأعداد الآتية ∈ $\overline{ن}$؟

أ) $\sqrt{١٩٦}$ ب) $\sqrt[٣]{٣٤٣}$ ج) $\sqrt{\sqrt[٣]{٨}}$ د) $\sqrt{\sqrt[٣]{٦٤}}$

٢) إذا كانت: أ = $\sqrt{٥}$ + ٣ ، ب = $\sqrt{٥}$ - ٣ فما قيمة ٢ (أ ب)^{٢}؟

أ) ٤   ب) ١٦   ج) ٨   د) ٣٢

٣) ميل الخط المستقيم الموازي لمحور الصادات يساوي :

أ) صفراً.   ب) كمية غير معرّفة.   ج) ١   د) -١

٤) إذا كانت (٤، -٣) منتصف القطعة المستقيمة أ ب ، حيث: أ (٣، -٤)، ب (س، -٢) فما قيمة الإحداثي السيني للنقطة ب؟

أ) ٥   ب) ٧   ج) $\frac{٧}{٢}$ د) -٥

٥) ما العبارة الصحيحة من الآتية؟

أ) ٨ = ١   ب) ٣^{٢} = $\frac{١}{٩}$ ج) ٣$^{-١}$ = ٣   ب) $\sqrt[٣]{-٢٧}$ = ٣

س٢: حل المعادلة الآتية في ح:

(١) $\sqrt{٥س - ٣س}$ = ٢ $\sqrt{٦}$ (٢) ٢$^{ص+٢}$ = ٦٤$^{ص-٢}$ (٣) ٥$^{(٣ - س)}$ = ١

س٣: اذا كان طول القطعة المستقيمة $\overline{م ن}$ يساوي ١٠ وحدات، حيث م (١٢، - ٢)، ن (٤، ص) ما قيمة ص الموجبة؟

س٤: أوجد قيمة ما يأتي:

٢) $\sqrt{\frac{١}{١٦}}$ - $\frac{٤}{٦}$ + $\sqrt[٣]{\frac{٨}{٢٧}}$ = ...

س٥: جد معادلة الخط المستقيم المار بنقطة الأصل، ويعامد المستقيم الذي معادلته ٥ ص - ٢ س + ٧ = ٠

س٦: إذا كانت النقطة (-٢ ، -٣) واقعه على منحنى الخط المستقيم ص = أ س + ب الذي يوازي المستقيم ٤س = ٢ص + ١ جد قيمة ب.

(٢ – ١) الضّرْب الدّيكارتِيّ

نشاط (١): تشتهر بعض المدن الفِلَسطينيّة بصناعة الملابس، ويُنْتِجُ أحد المصانع تشكيلة من القمصان الّتي تتميز بألوان وقياسات مختلفة، أحد التصاميم الّتي يُنْتِجُها المصنع (٣٨، أحمر)، كما في الجدول الآتي:

القياس اللّون	أحمر	أخضر	أصفر
٣٨	(٣٨، أحمر)	(٣٨، أخضر)	(،)
٤٠			
٤٢			

— أُكْمِلُ الجدول.

— هل الأزواج المرتّبة في الجدول تُمَثِّلُ كلّ التّصاميم؟

نشاط (٢): لتكن أ = { ٢ ، ٤ ، ٦ }، ب = { ٧ ، ٨ }، مجموعة جميع الأزواج المرتّبة الّتي مسقطها الأوّل ينتمي للمجموعة أ، ومسقطها الثّاني ينتمي للمجموعة ب، هي: {(٢ ، ٧) ، (٢ ، ٨) ، (،) ، (،) ، (،) ، (،)}.

تعريف (١): لتكن أ، ب مجموعتَيْن غير خاليتين، فحاصل الضّرْب الدّيكارتِيّ للمجموعتَيْنِ أ ، ب الّذي يُرْمَزُ له بالرّمز أ × ب، هو: مجموعة جميع الأزواج المرتّبة (س ، ص)، حيث س تنتمي للمجموعة أ، ص تنتمي للمجموعة ب،

وبالرّموز أ × ب = {(س ، ص): س ∈ أ، ص ∈ ب}

ملاحظة: أ × ب = ب × أ ؟

نشاط (٣): إذا كانت أ = { ٢ ، ٤ ، ٦ }، ب = { ٤ ، ٥ }، أُكْمِلُ:

أ × أ = {(٢ ، ٢) ، (٢ ، ٤) ، (،) ، (،) ، (،) ، (،) ، (،) ، (،) ، (،)}.

أ × ب = {   }.

عدد عناصر أ × أ =

عدد عناصر أ×ب =

أَتَعَلَّم: عدد عناصر المجموعة أ × ب = عدد عناصر المجموعة أ × عدد عناصر المجموعة ب .

تعريف (٢) لتكن (س ، ص) = (ع ، ل)، فإنَّ س = ع ، ص = ل، والعكس صحيح.

نشاط (٤): إذا علمتَ أنَّ (س – ١ ، ٧) = (٩ ، ص – ١)، أَجِدُ قيمة س، ص:

س – ١ = ٩   ٧ = __________

ومنها: س = ١٠   ص = __________

تمارينُ ومسائِل

١ إذا كانت أ = {٢ ، ٤ ، ٦ } ، ب = { ٣ ، ٥ }، أضعُ إشارة (✓) أمام العبارة الصَّحيحة، وإشارة (×) أمام العبارة الخاطئة في كلٍّ ممّا يأتي:

أ (٢ ، ٣) ∈ أ × ب ______   ب (٦ ، ٤) ∈ أ × ب ______

جـ (٤ ، ٤) ∈ أ × أ ______   د (٣ ، ٢) ∈ ب × أ ______

٢ إذا كانت أ = { ١ ، ٢ ، ٣ }، ب = {٢ ، ٤ ، ٦ } ، جـ = { -٣ ، ٤ }، أَجِدُ:

أ أ × ب .   ب أ × جـ .

٣ إذا كانت أ = {٣ ، ٥ ، ٧ ، ٩ } ، ب = {س : س عدد طبيعي محصور بين ٤ ، ٢٣، ويقبل القسمة على ٥ دون باقٍ}، ما عدد عناصر حاصل الضَّرْب الدّيكارتِيّ لـ أ × ب؟

٤ أَجِدُ قيم س، ص الحقيقيّة الّتي تحقّق: (س ، ص^{٢}) = (٢س – ٢، ١).

(٢ – ٢) العلاقة

نشاط (١): يعد الحق في إدارة الشؤون العامة من الحقوق الأساسية للمجتمعات، تعاني بعض القرى الفِلَسطينيّة من شُحٍّ في الطّاقة الكهربائيّة، فقامت إحدى البلديّات برصد عدد المصابيح المضاءة، والطّاقة المستهلكة في أحد المنازل لمدّة ستّة أيّام؛ لأغراض دراسة الاستهلاك في الطّاقة الكهربائيّة، فكانت النتائج كما في الجدول الآتي:

عدد المصابيح (س)	٨	٦	٥	٤	٣	٢
الطّاقة المستهلكة (ص) بالكيلو واط/ ساعة	٦	٥	٤ $\frac{١}{٢}$	٣ $\frac{١}{٤}$	٢	١ $\frac{٦}{١٠}$

يمكن التّعبير عن عدد المصابيح والطّاقة المستهلكة بأزواج مرتّبة:

{(٨ ، ٦) ، (٦ ، ٥) ، (،) ، (،) ، (،) ، (،)}

تُسمّى هذه الأزواج المرتّبة علاقة بين عدد المصابيح المضاءة وكمية الطّاقة المستهلكة.

إذا كان عدد المصابيح المضاءة يساوي ٥، فما مقدار الطّاقة المستهلكة؟

أتعلّم: العَلاقة: هي أيّ مجموعة من الأزواج المرتّبة.

تُسَمّى مجموعة كلِّ المساقط الأولى للأزواج المرتّبة في العلاقة مجالَ العلاقة.

تُسَمّى مجموعة كلِّ المساقط الثّانية للأزواج المرتّبة في العلاقة مدى العلاقة.

نشاط (٢): لتكن العلاقة ع = {(١ ، ٢) ، (٣ ، ٦) ، (٤ ، ٨) ، (٥ ، ١٠)}

المجال = { ١ ، ٣ ، ٤ ، ٥ } ، المدى = { }

ألاحظُ أنَّ عناصر المسقط الثّاني تساوي ضعفَي عناصر المسقط الأوّل.

نشاط (٣): إذا كانت أ ={ ٢ ، ٤ ، ٦ } ، ب = { ١ ، ٢ } ، فإنَّ:

أ × ب = {(٢ ، ١) ، (٢ ، ٢) ، (٤ ، ١) ، (،) ، (،) ، (،) ، (،)} ، أُكْمِلُ كتابة الأزواج المرتبة:

أ × أ = {(٢ ، ٢) ، (٢ ، ٤) ، (٢ ، ٦) ، (٤ ، ٢) ، (٤ ، ٤) ، (،) ، (،) ، (،) ، (،)}

ع$_{١}$ = {(٢ ، ١) ، (٤ ، ١) ، (٦ ، ١)} ، ع$_{٢}$ = {(٢ ، ١) ، (٢، ٢) ، (٤ ، ١)}

ع$_{٣}$ = {(٢ ، ٢) ، (٤، ٤) ، (٤ ، ٦)}

أُلاحظُ أنَّ: ع$_{١}$ $\subseteq$ أ × ب ، ع$_{٢}$ ___ أ × ب ، ع$_{٣}$ $\subseteq$ ___

تعريف: أيّ مجموعة جزئية من أ × ب تُسَمّى علاقة من المجموعة أ إلى المجموعة ب: (ع $\subseteq$ أ × ب).

ملاحظة: إذا كانت أ = ب، فإنَّ العلاقة تُسَمّى علاقة على أ، ويمكن تمثيل العلاقة بعدّة طرق.

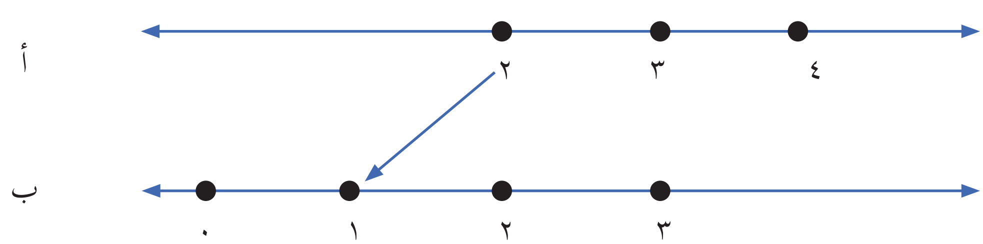
نشاط (٤): لتكن أ = {٢ ، ٣ ، ٤ } ، ب = { ٠ ، ١ ، ٢ ، ٣ } ، وكانت

العلاقة ع معرّفة من أ إلى ب: ع = {(س ، ص) $\in$ أ × ب: س – ص = ١ }

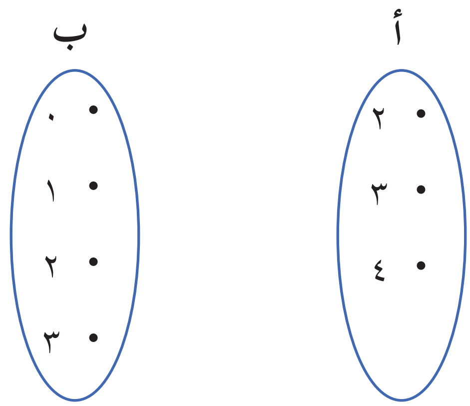
ع = {(٢ ، ١) ، (،) ، (،)}

يمكن تمثيل العلاقة ع بالمخطّطات السهميّة:

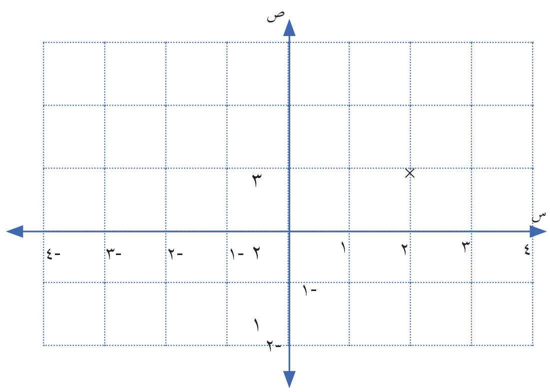
أُضيفُ الأسهم على الشَّكْل:



أُضيفُ الأسهم على الشَّكْل:



أُمَثِّلُ العلاقة بالمستوى الدّيكارتِيّ:



تمارينُ ومسائِل

١ أ = { -١، ٠ ، ٢ }، ب = { ١ ، ٢ ، ٣}، أيّ المجموعات الآتية تُمَثِّلُ علاقة من أ إلى ب:

أ ع$_{١}$ = {(٢ ، ٢) ، (٢ ، ٣) ، (٠ ، ٢)} .

ب ع$_{٢}$ = {(١ ، ٠) ، (١ ، -١) ، (٣، ٢)} .

٢ أَجِدُ المجال والمدى للعلاقة الآتية:

ع = {(١ ، ٢) ، (١ ، ٤) ، (٣ ، ٢) ، (٥ ، -٦) ، (٦ ، ٦)}

٣ لتكن أ = {١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦}، وكانت العلاقة ع معرّفة على أ، بحيث:

ع = {(س، ص) ∈ أ × أ: س = ص + ٣}، أَكْتُبُ ع على شكل مجموعة من الأزواج المرتّبة.

٤ لتكن أ = {١ ، ٢ ، ٣} ، ب = {٢ ، ٣، ٤ ،٦ ، ٩}، وكانت العلاقة ع من أ إلى ب، بحيث ع = {(س ، ص) ∈ أ × ب: المسقط الأوّل يساوي $\frac{١}{٣}$ المسقط الثّاني} ، أَجِدُ:

أ العلاقة ع على شكل مجموعة من الأزواج المرتّبة .

ب أُمَثِّلُ العلاقة ع بمخطط سهميّ.

(٢ – ٣) الاقتران

نشاط (١): تقوم وزارة الدّاخلية الفِلَسطينيّة بتنظيم سِجِلّات المواطنين، بحيث يحمل كلّ مواطن ما يدلِّل على شخصيّته، مثل تاريخ الولادة ومكانها...، وسوف نأخذ من السِجِلّات الاسم، وتاريخ الميلاد، وفي هذه الحالة يكون الاسم هو المدخلات (المجال)، وتاريخ الميلاد هو المخرجات (   ).

- أَكْتُبُ اسمي: ______________ أَكْتُبُ تاريخ ميلادي: ______________
- أَكْتُبُ اسم زميلي: ______________ أَكْتُبُ تاريخ ميلاده: ______________
- هل لكلّ طالب تاريخُ ميلاد؟
- هل يوجد طالب له أكثر من تاريخ ميلاد؟

تعريف (١): الاقتران ق هو علاقة من المجموعة أ إلى المجموعة ب ، بحيث يرتبط كلّ عنصر من عناصر أ بعنصر واحد فقط من عناصر ب .

إذا كان الاقتران ق من أ إلى ب (ق: أ $\longleftarrow$ ب) .

تُسَمّى المجموعة أ مجال الاقتران ق.

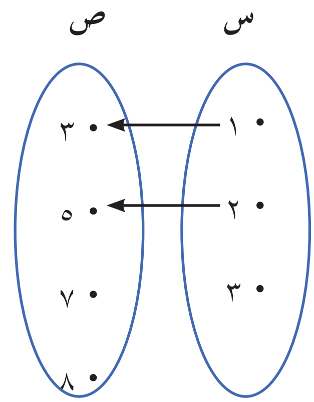
تُسَمّى المجموعة ب المجال المقابل للاقتران ق.

تُسَمّى صُوَر العناصر المدى؛ أي أنّ (المدى $\subseteq$ المجال المقابل).

إذا كان (س ، ص) $\in$ ق ، فإنّنا نكتب: ق(س) = ص ، وتُسَمّى ص صورة العنصر س.

نشاط (٢):

أُلاحظ العلاقات الممثّلة في الأشكال الآتية:

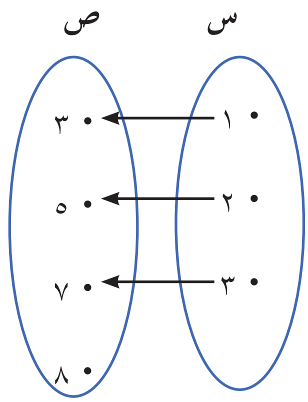


شكل(١)

صورة ١ هي ٣

صورة ٢ هي ٥

العنصر ٣ ليس له صورة

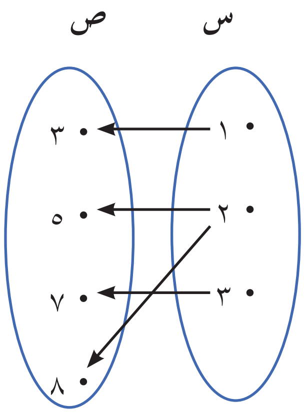


شكل(٢)

صورة ١ هي ٣

صورة ٢ هي ٥

صورة ٣ هي ٧



شكل(٣)

صورة ١ هي ٣

العنصر ٢ له صورتان ٥ وَ ٨

صورة ٣ هي ٧

العلاقة في الشَّكْل (١) ليست اقتراناً.   العلاقة في الشَّكْل (٢) ________ .

العلاقة في الشَّكْل (٣) ________ .

نشاط (٣):

إذا كانت أ = { ٠ ، ١ ، ٢ ، ٣ }، ب = {٠ ، ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ ، ٧ } ،
وكان الاقتران ق من أ إلى ب (ق : أ ⟵ ب) ، بحيث:

ق : س ⟵ ٢س (يمكن أن تُكْتَبَ ق(س) = ٢س ، وتُسَمّى قاعدة الاقتران).

ق(٠) = ٢ × ٠ = ٠.   ق(١) = ٢ × ١ = ٢   ق(٢) = ________

الاقتران ق = {(٠ ، ٠) ، (١ ، ٢) ، (،) ، (،)}

المجال = {   }   المجال المقابل = {   }

المدى = {   }

نشاط (٤): إذا كانت ص مجموعة الأعداد الصَّحيحة، وكان الاقتران ق: ص ⟵ ص، بحيث:

ق(س) = ٢س + ١

ق(-٢) = ٢ × -٢ + ١ = -٣ ق(-١) = ________

ق(٠) = ________ ق(١) = ________

إذا كان الزّوج المرتّب (س ، ١١) يحقّق قاعدة الاقتران ق ، فما قيمة س؟

(س ، ١١) تعني أن ق(س) = ١١

ق(س) = ٢س + ١

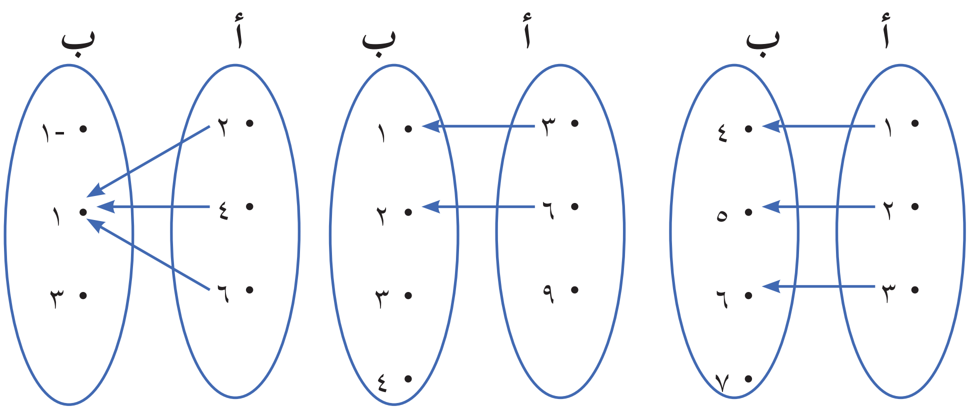
١١ = ٢س + ١ ومنها س = ٥

أُفَكِّر وأُناقش

هل كلُّ علاقةٍ اقتران؟

تمارينُ ومسائِل

١ أيّ العلاقات الآتية تُعَدُّ اقتراناً، وأيُّها لا يُعَدُّ اقتراناً؟، وإذا كانت اقتراناً، أَكْتُبُ: المجال، والمجال المقابل، والمدى لها.



٢ إذا كان ق = {(٢ ، ١) ، (٥ ، ١) ، (٣ ، ٣)} ، أَجِدُ: ق(٣) ، ق(٥) ، ق(٢) .

٣ إذا كان ق: ح ⟵ ح ، وكان ق(س) = أس – ٦ ، أَجِدُ قيمة أ ، حيث ق(٢) = صفر.

٤ إذا كانت أ = {١ ، ٢ ، ٣ ، ٤} ، ب = {٠ ، ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤} ، وكان الاقتران ق: أ ⟵ ب ، بحيث ق(س) = س – ١، أَجِدُ عناصر المدى.

٥ إذا كانت ح مجموعة الأعداد الحقيقيّة، وكان الاقتران ق: ح ⟵ ح ، بحيث ق(س) = $\text{س}^{٢}$. أَجِدُ:

أ ق(-٢) ، ق(٥) ، ق($\frac{١}{٢}$) ، ق($\sqrt{٣}$) .

ب إذا كان ق(أ) = ٣٦، فما قيمة/قيم أ؟

(٢ – ٤) الاقتران الخطّيّ

نشاط (١): لتشجيع زراعة الأشجار المثمرة في فِلَسطين، قدّمت إحدى البلديّات الفِلَسطينيّة حوافز تشجيعيّة للمزارعين، بحيث تعطي ٢٥ شجرة مقابل كلِّ دونم يُزرَع.

زرع محمد ١٠ دونمات، فحصل على ٢٥٠ شجرة،

وزرع إلياس ١٢ دونماً، فحصل على ____________ شجرة.

تعريف (١): كلّ اقتران على الصّورة ق(س) = أس + ب ، حيث أ ، ب أعداد حقيقيّة أ ≠ صفر ، يُسَمّى اقتراناً خطّيّاً .

ملاحظة: إذا لم يُعْطَ مجال الاقتران الخطّيّ، وأعطِيت القاعدة، فيكون مجاله، ومجاله المقابل الأعداد الحقيقيّة ح . (ق: ح ⟵ ح).

نشاط (٢): أُكْمِلُ الآتي:

ق(س) = ٣س + ١: اقتران خطّيّ؛ لأنَّه على صورة ق(س) = أس + ب .

هـ(س) = ٦س^{٢} : ليس اقتراناً خطّيّاً؛ لأنَّه ليس على الصّورة أس + ب .

ل(س) = ٤$\sqrt{\text{س}}$: ________________________

و(س) = ٢س : ________________________

م(س) = ٦ : ________________________

مِثال: أُمَثِّلُ ق(س) = ٣س + ١ في المستوى الدّيكارتِيّ:

الحل: لتمثيلِ الاقترانِ الخطّيّ في المستوى الدّيكارتِيّ، أُعَيِّنُ نقطتَيْنِ على الأقلّ تنتميان للاقتران في المستوى الدّيكارتِيّ، ثُمَّ أَصِلُ بينهما بخطّ مستقيم:

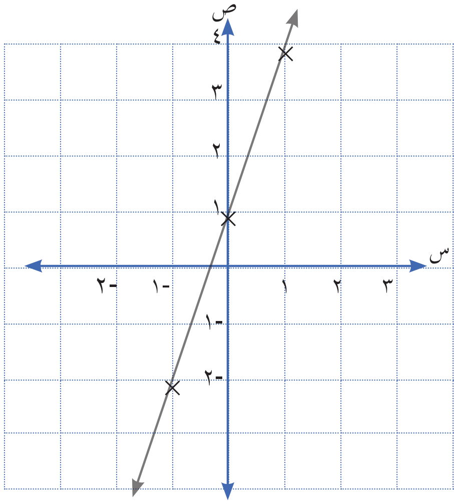
س	-١	٠	١
ص = ق(س)	-٢	١	٤

ق(-١) = ٣ × -١ + ١ = -٢ تُمَثَّلُ بالنُّقطة (-١ ، -٢).

ق(٠) = ٣ × ٠ + ١ = ١ تُمَثَّلُ بالنُّقطة (٠ ، ١).

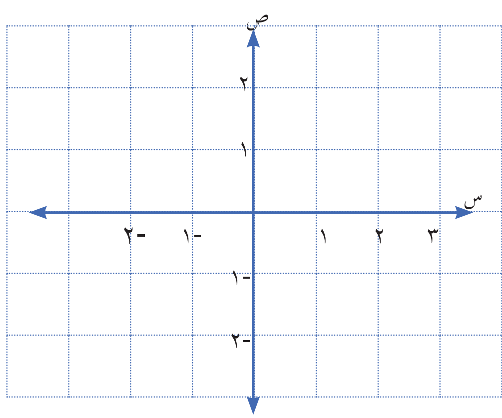
ق(١) = ٣ × ١ + ١ = ٤ تُمَثَّلُ بالنُّقطة (١ ، ٤).

أُعَيِّنُ النِّقاط في المستوى الدّيكارتِيّ، وأَصِلُ بينها بخط مستقيم:



نشاط (٣): الاقتران ق(س) = س ، أُكْمِلُ الجدول الآتي، ثُمَّ أُمَثِّلُ الاقتران:

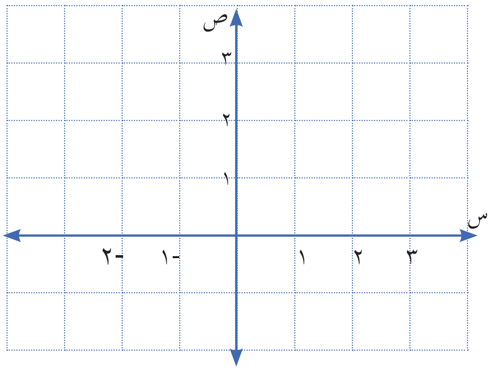
س	-٢	١	٣	٠
ص = ق(س)	-٢			



تعريف (٢): ق(س) = س يُسَمّى اقتراناً محايداً، وهو حالة خاصّة من الاقتران الخطّيّ.

نشاط (٤): الاقتران ق(س) = ٤ ، أُكْمِلُ الجدول الآتي ، ثُمَّ أُمَثِّلُ الاقتران:

س	-٣	٢	٤
ص = ق(س)	٤		



أَتَعَلَّم

الاقتران ق(س) = ب، حيث ب ∈ ح يُسَمّى اقتراناً ثابتاً.

أُفَكِّر وأُناقش

ماذا يمثل الاقتران ق(س) = صفر في المستوى الدّيكارتِيّ؟

تمارينُ ومسائِل

١ أيّ من الاقترانات الآتية يُعَدّ اقتراناً خطّيّاً؟ ولماذ؟

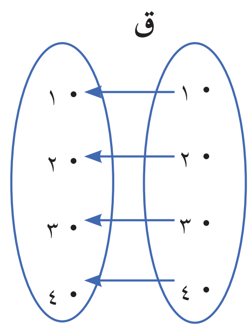
(أ) ق(س) = ٢س^{٣} − ١ (ب) هـ (س) = ٥س (جـ) و(س) = $\frac{٣}{س}$ + ١٠

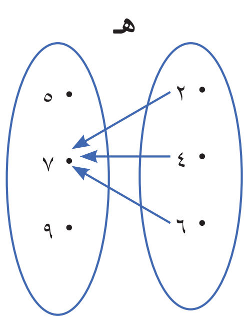
٢ إذا كان ق(س) = ٥س + ٢ ، أَجِدُ كلّاً من: ق(٤) ، ق($\sqrt{٢}$) ، ق(٠) ، ق(-١) .

٣ أُمَثِّلُ الاقتران الآتي في المستوى الدّيكارتِيّ:

(أ) ق(س) = ١ − ٢س

٤ تمّ تمثيل اقترانَيْنِ بمخطَّطَيْنِ سهميَّيْن، أُحَدِّدُ أيُّهما اقتران ثابت، وأيُّهما اقتران محايد.





(٢ – ٥) تركيب الاقترانات

نشاط (١): تشرف سلطة النّقد الفِلَسطينيّة الّتي أنشئت عام ١٩٩٧م على سلامة العمل المصرفيّ، والحفاظ على الاستقرار النّقديّ، فتحويل ١٠٠ دولار يساوي ٧٠ ديناراً، وتحويل ٧٠ ديناراً يساوي ٣٧٠ ريالاً سعوديّاً. (هذه الأسعار عام ٢٠١٧م)

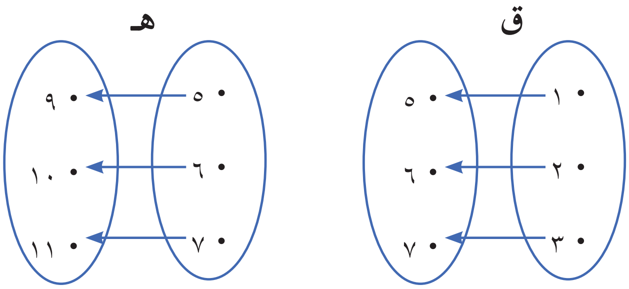
١٠٠ دولار تساوي ٧٠ ديناراً.

٧٠ ديناراً تساوي ٣٧٠ ريالاً سعوديّاً.

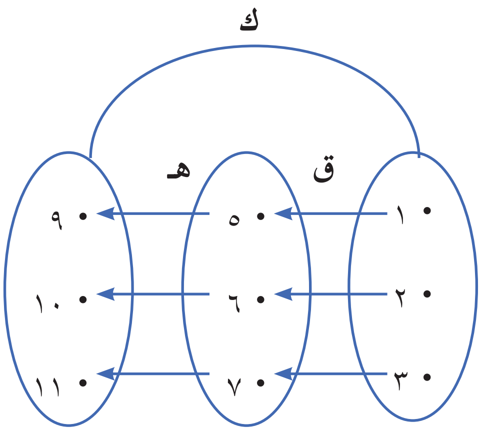
١٠٠ دولار تساوي ________________ ريالاً سعوديّاً.

نشاط (٢): لديك الاقترانان

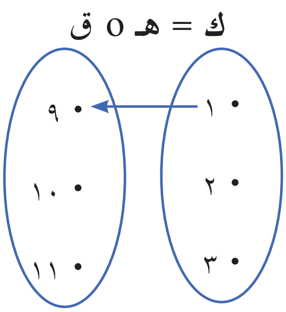
ق ، هـ، كما في الشَّكْل:



أُكَوِّنُ اقتراناً جديداً، مجاله هو مجال ق، ومداه هو مدى هـ، وليكن ك.



أُكْمِلُ تمثيل الاقتران ك بمخطط سهميّ:



يُعَدّ الاقتران ك النّاتج تركيباً للاقترانين ق ، هـ ، ويُرْمَزُ له بالرَّمْز (هـ ο ق)، ويُقْرَأُ هـ بعد ق .

وبشكل عامّ: (هـ ο ق)(س) = هـ(ق(س))

مِثال: إذا كان ق(س) = ٢س + ١ ، هـ (س) = ٤س − ٣، أجد (هـ ∘ ق)(٢)

الحل: (هـ ∘ ق) (٢) = هـ (ق(٢))

= هـ (٢ × ٢ + ١)

= هـ (٥)

= ٤ × ٥ − ٣ = ١٧

نشاط (٣): إذا كان ق(س) = ٣ + ٢س ، هـ(س) = ٥س − ١

(هـ ∘ ق) (س) = هـ (ق(س))

= هـ (٣ + ٢س)

= ٥×(   ) − ١

= __________ = ١٤ + ١٠س

(ق ∘ هـ) (س) = ق (هـ(س))

= ق (٥س − ١)

= ٣ + ٢ × (   )

= __________ = ١ + ١٠س

هل (هـ ∘ ق)(س) = (ق ∘ هـ) (س)؟

أتعلّم: بشكل عام (هـ ∘ ق)(س) ≠ (ق ∘ هـ) (س)

تمارينُ ومسائِل

١ إذا كان ق(س) = ٢س − ٥ ، هـ(س) = ٣س + ٤ ،

أَجِدُ: (ق ∘ هـ) (٣) ، (هـ ∘ ق) (٠) .

٢ إذا كان ق(س) = س^{٢} + ٣ ، أَجِدُ: (ق ∘ ق) (-٢) .

٣ إذا كان ق(س) = س^{٢} ، هـ(س) = √س + ٣ ، أَجِدُ: (هـ ∘ ق) (٢) .

(٦-٢) الجداول التَّكراريّة

بناء الجدول التَّكراريّ:

نشاط (١): تتعرّض محافظة القدس إلى عُدوان مستمرّ من سلطات الاحتلال الإسرائيليّ على المقدّسات الدينيّة، وعلى سكّانها الفِلَسطينيّينَ، وما نتج عنه من خسائرَ في الممتلكاتِ والأرواح؛ فقد بلغ عدد الشهداء في محافظة القدس خلال الفترة ١٩٩٤-٢٠١٥م، حَسَبَ إحصائيّة الجهاز المركزيّ للإحصاءِ الفِلَسطينيّ ١٥٦ شهيداً، وكان عدد الشّهداء موزَّعاً حَسَبَ السّنوات كما يأتي:

١٥   ٦   ٨   ٣   ٤   ٣   ١٥   ١٩   ١٦   ٥   ٢

٢   ٢   ٩   ٢   ١   ٠   ٣   ١   ١   ١٥   ٢٤

ويمكن تمثيل البيانات بجدول تَكراريّ.

أُكْمِلُ الجدول التَّكراريّ:

عدد الشّهداء	٠	١	٢	٣	٤	٥	٦	٨	٩	١٥	١٦	١٩	٢٤
عدد السّنوات	١				١					٣			

عدد السنوات الّتي لم يكن فيها شهداء خلال الفترة ١٩٩٤ – ٢٠١٥م هو سنة واحدة.

عدد السنوات الّتي كان فيها شهيدان في السنة هو........ .

ماذا لو كانت البيانات عددها كبير؟ هل يمكن الحصول على المعلومات المطلوبة بسهولة؟

نشاط (٢): تُمَثِّلُ البيانات الآتية علامات ٢٦ طالباً في الصف الحادي عشر في مادّة الرياضيّات:

٣٠   ٢٤   ٢٣   ١١   ١٢   ٢٢   ٢٥   ١٢   ١٤   ١٣   ١٤   ٢٥   ٣٠

٢٧   ٢٨   ٢٩   ٣١   ٢٠   ٢٠   ١٩   ١٤   ٢٥   ١٢   ١٦   ١٧   ١٨

مدى العلامات = أكبر قيمة – أصغر قيمة =.................. .

عدد العلامات الّتي تبدأ من ١١ ، وتنتهي عند ١٧ هو.......... .
عدد العلامات الّتي تبدأ من ١٨ ، وتنتهي عند ٢٤ هو.......... .
عدد العلامات الّتي تبدأ من ٢٥ ، وتنتهي عند ٣١ هو.......... .

أتعلّم : طول الفئة = $\frac{\text{المدى}}{\text{عدد الفئات}}$.

ملاحظة: إذا كان النّاتج في طول الفئة عدداً عشريّاً، يفضّل أن يُقَرَّبُ إلى العدد الصحيح الذي يليه مباشرة.

الفئة: هي مجموعةٌ تحوي عدداً من القيم المتقاربة.

نشاط (٣): تُمَثِّلُ البيانات الآتية علامات (٣٠) طالباً في أحد امتحانات اللغة العربية:

١٤	١٦	٢٠	٢٣	١٠	١٣	١٧	٢١	٢٩	١٨	١٢	١٩	٢٠
٢٣	٢٧	٢٥	٢٢	٢١	٢٥	٢٩	١٨	٢٠	٢٨	٢٤	١٧	٢١
٢٥	٢٤	٢٢	١٨									

ويمكن تصنيف البيانات إلى خمس فئات:

مدى البيانات = ...

طول الفئة = $\frac{\text{المدى}}{\text{عدد الفئات}}$ = ...

أختارُ الحدّ الأدنى للفئة الأولى، وليكن أصغر قيمة في البيانات، وهي ....

الحد الأعلى للفئة الأولى = الحد الأدنى + طول الفئة – ١

= .... + ... – ١ =..........

أُكْمِلُ الجدول الآتي:

الفئات	١٠ – ١٣	١٤ – ...	... – ...	٢٢ – ٢٥	٢٦ – ٢٩
الإشارة	///		~~////~~ ~~////~~		////
العدد	٣			٩	

عدد الطلبة الّذين تتراوح علاماتهم بين ١٠ – ١٣ هو ....

الفئة الّتي عدد طَلَبَتِها ٤ هي ....

عدد الطلبة الّذين علاماتهم أكبر من ٢٢ هو ....

تمارينُ ومسائِل

١ أُنظِّمُ البياناتِ الآتيةَ في جدولٍ تكراريّ، عددُ فئاتِهِ (٥):

٣٤	٣٤	٣٨	٣٥	٤٣	٤٨	٤٦	٢٧	٣٠	٣١	٣٢	٣٧	٤٠
٣٩	٣٨	٢٦	٣١	٣٤	٣١	٣٦	٤١	٢٦	٣٢	٣٠	٣٣	٣٩
٣٤	٤٤	٣٣	٣٨	٣٥	٣٥	٣٧	٤٠	٢٨	٣١	٣٥	٣٧	٤٢
٤٩	٢٩	٣٠	٣٢	٣٩	٤٤							

(٢-٧) مقاييس النَّزْعة المركزيّة للجداول التَّكراريّة

نشاط (١): تتعدّد المؤسّسات الثّقافيّة في فِلَسطين، من مراكزَ ثقافيِّة، ومَتاحِف، وغيرِها. قام الجهاز المركزيّ للإحصاء الفِلَسطينيّ في العام ٢٠١٥م برصد عدد المراكز الثّقافيّة العاملة في ١٦ محافظةً فِلَسطينيّة، فكانت كالآتي:

٦٧	١٢	٤٥	٨٧	٢٩	١٣	٣٢	١٢	٥٠
٨١	٨٣	١٦	٣٠	١٧	٩	٩		

معدل عدد المراكز الثّقافيّة:

$\overline{س} = \frac{\sum س}{ن} = \_\_\_\_\_\_ = ...$ مركز ثقافيّ.

ترتيب القيم تصاعديّاً: ٩، ٩، ، ، ، ، ، ، ، ، ، ، ، ، ٨٩،

الوسيط لعدد المراكز الثّقافيّة = ٢٩,٥ (لماذا؟)

المنوال لعدد المراكز الثّقافيّة هو .... وَ ....

أوّلاً- الوسط الحسابيّ للجداول التَّكراريّة:

أَتَعَلَّم: $\overline{س} = \frac{\sum (س \times ت)}{\sum ت}$ حيث: $\overline{س}$: الوسط الحسابيّ، $\sum$ت: مجموع التَّكرارات،

س: مركز الفئة، $\sum$: رمز المجموع.

نشاط (٢): في فصل الربيع تم رصد سرعة الرياح (كم / س) لعشرين يوم متتالٍ، فكانت النتائج كالتالي، أُكْمِلُ الجدول:

الفئات	التَّكرار (ت)	مركز الفئة (س)	س× ت
٥ – ٩	٥		٣٥
١٠ – ١٤	٢	١٢	
١٥ – ١٩	٦		
٢٠ – ٢٤	٣	٢٢	
٢٥ – ٢٩	٤		
المجموع			

ويمكن إيجاد الوسط الحسابيّ لسرعة الرياح:

$\sum$(س×ت) = ...

$\overline{\text{س}} = \dfrac{\sum(\text{س}\times\text{ت})}{\sum \text{ت}}$ = ...

ثالثاً- المنوال للجداول التّكراريّة:

نشاط (٤): أُكْمِلُ الجدول التّكراريّ الآتي:

الفئات	١ – ٥	٦ – ١٠	١١ – ١٥	١٦ – ٢٠
ت	٢	٤	٣	١
مركز الفئة	٣			١٨

الفئة الأكثر تَكراراً هي .... مركز الفئة الأكثر تكراراً هو.......... .

أَتَعَلَّم: المنوال للجداول التّكراريّة: هو مركز الفئة الأكثر تَكراراً.

نشاط (٥): أَجِدُ المنوال للجدول التّكراريّ الآتي الّذي يُمَثِّلُ توزيع علامات (٣٢) طالباً في إحدى المباحث:

الفئات	٤٠ – ٤٤	٤٥ – ٤٩	٥٠ – ٥٤	٥٥ – ٥٩	٦٠ – ٦٤	٦٥ – ٦٩
التّكرار	٢	٦	٨	٧	٥	٤

المنوال: ....

تمارينُ ومسائِل

١ يُمَثِّلُ الجدول الآتي كُتَلَ أمتعةِ مجموعةٍ من المسافرين بالكيلوغرام:

الفئات	٥ – ١٥	٥ – ٢١	٥ – ٢٣	٥ – ٣٣	٥ – ٣٩	٥ – ٤٥
عدد المسافرين	٨	١٢	٢٠	١٥	١٦	٩

أَحْسِبُ قيمة ما يأتي:

أ الوسط الحسابيّ. جـ المنوال.

(٢-٨) الانحراف المعياريّ للجداول التَّكراريّة

نشاط (١): قام الجهاز المركزيّ للإحصاء الفِلَسطينيّ برصد عدد حوادث الطُّرق في فِلَسطين حَسَبَ الشَّهر، للعام ٢٠١٤م، وكان عدد الحوادث كما يأتي:

٦٤٧	٥٩٣	٦١٨	٦٧٤	٧٤٦	٦٦٠
٦٤٩	٦٨٥	١١٧٩	٥٥٨	٥٧٤	٥٩٤

المعدل الشهري لعدد حوادث الطُّرق هو ....

أكثر القيم بُعْداً عن المعدّل هي ١١٧٩(لماذا؟)

أقرب قيمة على المعدّل هي ....

أتَعَلَّم: الانحراف المعياريّ للجداول التَّكراريّة: هو الجذر التّربيعيّ لمجموع حاصل ضرب التَّكرارات في مربّع انحراف مراكز الفئات عن الوسط الحسابيّ مقسوماً على مجموع التَّكرارات، ويُعَبَّرُ عنه بالعلاقة الآتية:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (س - \overline{س})^{٢} \times ت}{\sum ت}}$$ ، حيث:

ت: تَكرار الفئة، س: مركز الفئة، $\overline{س}$: الوسط الحسابيّ.

نشاط (٢): يمثل الجدول الآتي توزيع علامات الطّلبة للصّفّ التّاسع في مادّة الرّياضيّات:

أُكْمِلُ الجدول:

الفئات	التّكرار (ت)	مركز الفئة (س)	س × ت	$(س - \overline{س})^٢$	$(س - \overline{س})^٢ \times ت$
٢٧ – ٣٥	٣	٣١	٩٣		
٣٦ – ٤٤	٥	٤٠			
٤٥ – ٥٣	٦				
٥٤ – ٦٢	٨				
٦٣ – ٧١	٧				
٧٢ – ٨٠	٧				
٨١ – ٨٩	٦	٨٥			
المجموع					

$\overline{س} = ...$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (س - \overline{س})^٢ \times ت}{ن}} = ...$$

تمارينُ ومسائِل

١ أَحْسِبُ الانحراف المعياري لجدول التّوزيع التّكراريّ الآتي، والّذي يُبَيِّنُ علامات ٣٠ طالباً في امتحان اللّغة العربيّة:

الفئات	١٢ – ١٤	١٥ – ١٧	١٨ – ٢٠	٢١ – ٢٣	٢٤ – ٢٦	٣٣ – ٣٥
التّكرار	٣	٨	١٠	٧	١	١

ورقة عمل الوحدة الثانية

١ أضعُ دائرة حوّل رمز الإجابة الصَّحيحة في كلٍّ ممّا يأتي:

١ عدد عناصر المجموعة أ هو ٧ عناصر، وعدد عناصر المجموعة ب هو ٦ عناصر، فما عدد عناصر حاصل الضَّرْب الدّيكارتيّ لهما؟

أ) ٤٢ ب) ١٣ جـ) ١٤ د) ٤٩

٢ إذا كان الاقتران ق: ط ⟵ ط ، بحيث ق(س) = ٤س + ١ ، أيّ النِّقاط الآتية تحقّق قاعدة الاقتران ق؟

أ) (-١، ٣) ب) (٢ ، ١٠) جـ) (٣ ، ١٣) د) (٠ ، ٥)

٣ ما الاقتران الخطّيّ من الاقترانات الآتية؟

أ) ق(س) = $س^٢$ ب) ق(س) = ٣س جـ) ق(س) = $\frac{١}{س}$ د) ق(س) = $\sqrt{س}$

٤ أحد المقاييس الآتية ليس من مقاييس النَّزْعة المركزيّة:

أ) المنوال. ب) الوسط الحسابيّ. جـ) الوسيط. د) الانحراف المعياريّ.

٥ إذا كان $\sum$(س×ت)= ٥٠٠، وكان $\overline{س}$ = ١٠ ، فما مجموع التَّكرارات؟

أ) ٥٠٠ ب) ١٠ جـ) ٥٠ د) ١٠٠

٢ أَجِدُ قيمة س ، ص ، إذا كان: (٧ ، ٢ص + ١) = (٢س + ٣ ، ٨).

٣ إذا كانت أ = {٠ ، ١ ، ٢} ، ب = {٢ ، ٧} ، فأَجِدُ: أ × ب ، أ × أ .

٤ لتكن أ = {١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥} ، وكانت العلاقة ع معرّفة على أ ، حيث:

ع = {(س ، ص) ∈ أ × أ : س − ص = ٢ } :

أ أَكْتُبُ العلاقة ع على شكل مجموعة من الأزواج المرتّبة. ب أَجِدُ المجال، والمدى للعلاقة

جـ أُمَثِّلُ العلاقة ع بمخطّط سهميّ، وفي المستوى الدّيكارتيّ . د هل تُمَثِّلُ العلاقة ع اقتراناً، مع ذكر السبب.

مهمة تقويمية:

١ أَستخدمُ البياناتِ الواردةَ في الجدول التَّكراريّ الآتي؛ للإجابة عن الأسئلة الّتي تليه:

الفئات	١ − ٥	٦ − ١٠	١١ − ١٥	١٦ − ٢٠
التَّكرار	٢	٤	٣	١

أ أَحْسِبُ الوسط الحسابيّ للبيانات. ب أَحْسِبُ الوسيط للبيانات.

جـ أَحْسِبُ المنوال للبيانات. د أَحْسِبُ الانحراف المعياريّ للبيانات.

اختبار الوحدة الثانية

س١: ضع دائرة حول رمز الإجابة الصحيحة فيما يأتي:

١) الاقتران الخطي من الاقترانات الآتية هو :

أ) ق(س) = $س^٢$ ب) ق(س) = ٣س ج) ق(س) = $\frac{١}{س}$ د) ق(س) = $\sqrt{س}$

٢) إذا كان ق(س) = $\frac{١}{س}$ ، فما قيمة (ق ◦ ق) (٢)؟

أ) ٢ ب) ٤ ج) $\frac{١}{٢}$ د) $\frac{١}{٤}$

٣) ما مركز الفئة ٢٠ - ٢٤؟

أ) ٤ ب) ٢٢ ج) ٤٤ د) ٢

٤) إذا كان $\sum$ ت × $(س - \overline{س})^٢$ = ٣٢، وكانت ن = ٤ فما قيمة σ؟

أ) ٢ $\sqrt{٢}$ ب) ٨ ج) ٦٤ د) $\sqrt{٣٢٠}$

٥) إذا كان $(٣^س، ص)$ = (٢٧، س + ١) ما قيمة س، ص على الترتيب؟

أ) ٩، ١٠ ب) ٩، ٨ ج) ٣، ٤ د) ٨، ٧

٦) إذا كان ق: ح $\longrightarrow$ ح، وكان ق (س) = أ س - ٣، حيث ق (-٢) = -٥، ما قيمة أ؟

أ) -١ ب) -٢ ج) ١ د) -٥

س٢: أ) إذا كان: ق(س) = ٢ س - أ، هـ(س) = س - ١، وكان: هـ ◦ ق(٣) = ٢ احسب قيمة أ.

س٣: يمثل الجدول الآتي توزيع علامات (٤٠) طالبة في مبحث الرياضيات: أجيب عمّا يأتي:

فئات العلامات	٣ - ٧	٨ - ١٢	١٣ - ١٧	١٨ - ٢٢	٢٣ - ٢٧
عدد الطالبات	٣	٥	١٢	١٨	٢

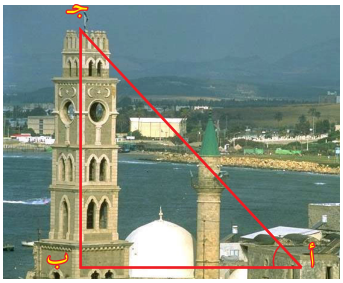
احسب الانحراف المعياري لعلامات الطالبات.

س٥: لتكن: أ = {١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦}، وكانت العلاقة ع معرّفة على أ، حيث:

ع = {(س ، ص) ∈ أ × أ: س + ص = ٥} أجب عمّا يأتي:

(٣-١) النّسب المثلّثيّة

نشاط(١): برج الساعة في عكا واحد من سبعة أبراج أقيمت في فلسطين عام ١٩٠١م.
يمثّلُ الشكلُ المقابل مثلّثاً قائم الزّاوية في ب، أُكملُ ما يأتي :



١) يُسمّى الضّلعُ أ ب بالنسبة إلى الزاوية أ مجاوراً.

٢) يُسمّى الضّلعُ ب جـ بالنسبة إلى الزاوية أ: ———

٣) يُسمّى الضّلع أجـ وترَ المثلّث القائم الزّاوية، وهو أطول أضلاع المثلث.

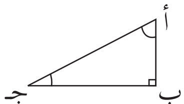
٤) جيب الزاوية أ = $\frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}}$

٥) جيب تمام الزاوية أ = ———

٦) ظل الزاوية أ = ———

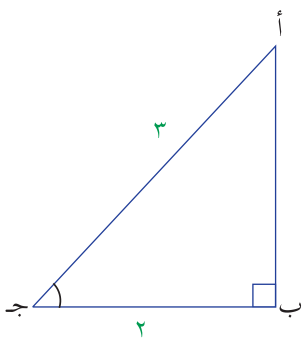
أتذكّر: النسبة بين طوليّ ضلعيْن من أضلاع المثلّث القائم الزاوية تُسمّى نسبةً مثلّثيّة.

أتذكّر: في المثلّث القائم الزّاوية تُسمّى هذه النّسبُ (جا أ، جتا أ، ظا أ) النّسبَ المثلّثيّة الأساسيّة للزّاوية الحادّة أ.



نشاط(٢): أ ب جـ مثلّثٌ قائمُ الزّاوية في ب، فيه جتا جـ = $\frac{٢}{٣}$ ، أ جـ = ٣ وحدات،
أجدُ:

١) ظاجـ ٢) جاجـ



نرسمُ رسماً تخطيطيّاً للمثلّث أ ب جـ

جتا جـ = $\frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}}$ = $\frac{\square}{\text{أ جـ}}$ = $\frac{\square}{٣}$

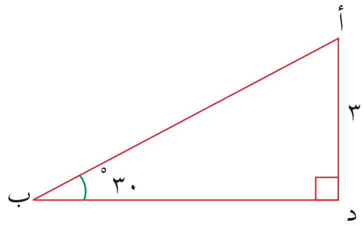
ومنها ب جـ = ٢ وحدة ، ثمّ نعيّنُ أطوالَ الأضلاع على المثلّث

(أب)^{٢} = (أ جـ)^{٢} − (ب جـ)^{٢} (لماذا ؟)

أ ب = —————— ظا جـ = —————— جا جـ = ——————

نشاط(٣): أ د ب مثلّثٌ قائمُ الزّاويةِ في د، فيه أد = ٣ وحدات، أجدُ كلٍّ من:

١) أ ب ٢) ب د ٣) النّسبُ المثلّثيّة الأساسيّة للزّوايا: ٣٠ ْ، ٦٠ ْ



المثلّث أ د ب فيه جا ٣٠ ْ = $\frac{١}{٢}$

$\frac{أد}{أب} = \frac{١}{٢}$

$\frac{٣}{أب} = \frac{١}{٢}$

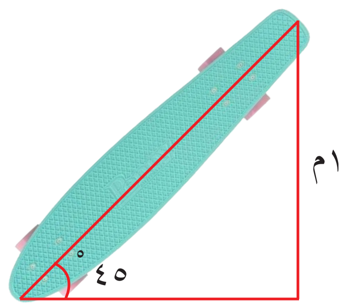
أ ب = ــــــــــــ

ومنها ب د = ــــــــــــ

جا ٣٠ ْ = $\frac{١}{٢}$ جتا ٣٠ ْ = $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ ظا ٣٠ ْ = ــــــ

جا ٦٠ ْ = $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ جتا ٦٠ ْ = ــــــ ظا ٦٠ ْ = ــــــ

نشاط(٤): لوح للتزلج يرتفع أحد طرفيه عن الأرض ١ م، ويصنع طرفه الآخر مع الأرض زاوية قياسها ٤٥ ْ كما في الشكل المجاور بالاعتماد على المعلومات الواردة في الشكل، أكمل إيجاد:



١) طول لوح التزلج

طول لوح التزلج = ــــــ م ، لأن ــــــــــــ

٢) النسب المثلثية الأساسية للزاوية ٤٥ ْ

جا ٤٥ ْ = جتا ٤٥ ْ = ــــــ ظا ٤٥ ْ = ــــــــــــ

أتذكّر: إذا كانت س زاوية حادّة، فإنّ: ٠ < جا س < ١

٠ < جتا س < ١

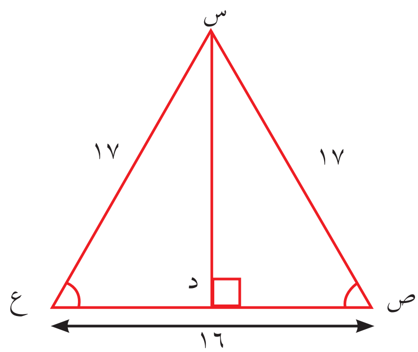
تمارين ومسائل:

س١ أجدُ قيمَ النّسبِ المثلّثيّة الأساسيّة للزّاوية الصّغرى في المثلّث أ ب جـ القائم الزاوية في ب، إذا كان أ ب = ٨ سم ، أجـ = ١٠ سم.

س٢ أ ب جـ مثلّثٌ قائم الزّاوية في ب، إذا علمت أنّ جاجـ = $\frac{\sqrt{٥}}{٣}$ ، وأنّ أ ب = $\sqrt{٥}$ ، أجدُ : جتاجـ، ظاجـ

(٣-٢) النّسب المثلّثيّة الثّانوية

نشاط(١): س ص ع مثلثٌ متساوي الساقيْن فيه: س ص = س ع = ١٧ وحدة، ص ع = ١٦ وحدة، أُكملُ إيجاد:



طول $\overline{\text{س د}}$ = ــــــــ (نظرية فيثاغورس)

$\frac{\text{س د}}{\text{س ص}} = \frac{\square}{١٧}$ ، وتمثّلُ جا ص.

$\frac{\text{س ص}}{\text{س د}}$ = ــــــــ ، وتُمثّل $\frac{١}{\text{جا ص}}$

$\frac{\text{ص د}}{\text{ص س}}$ = ــــــــ، وتُمثّل جتاص

$\frac{\text{ص س}}{\text{ص د}}$ = ــــــــ، وتُمثّل ــــــــ

$\frac{\text{س د}}{\text{ص د}}$ = ــــــــ، وتُمثّل ظا ص

$\frac{\text{ص د}}{\text{س د}}$ = ــــــــ، وتُمثّل ــــــــ

أَتَعَلَّم : النّسبُ المثلّثيّة الناتجة عن مقلوبِ النسبِ المُثلّثيّة الأساسيّة تُسمّى النّسبَ المثلّثيّةَ الثانويّة، وتُعرف كما يأتي:

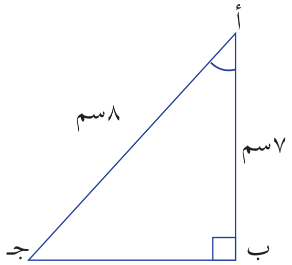
قاطع الزاوية س: قا س = $\frac{١}{\text{جتا س}} = \frac{\text{الوتر}}{\text{المجاور}}$

قاطع تمام الزاوية س: قتاس = $\frac{١}{\text{جا س}} = \frac{\text{الوتر}}{\text{المقابل}}$

ظلّ تمام الزاوية س: ظتا س = $\frac{١}{\text{ظا س}} = \frac{\text{المجاور}}{\text{المقابل}}$

نشاط(٢) : أ ب جـ مثلّثٌ قائم الزاوية في ب، فيه أ ب = ٧ سم، أ جـ = ٨ سم، أجد:

١) قا أ   ٢) قتا أ   ٣) ظتا أ   ٤) جا أ × قتا أ   ٥) جتا أ × قا أ



نجد أوّلًا طول الضلع ب جـ : $(\text{ب جـ})^{٢} = (\text{أ جـ})^{٢} - (\text{أ ب})^{٢}$

$(\text{ب جـ})^{٢}$ = ٦٤ − ٤٩ = ١٥، ومنهاب جـ = ــــــــــــ

١) قا أ = $\frac{\text{١}}{\text{جتا أ}}$ = $\frac{\text{٨}}{\text{٧}}$

٢) قتا أ = ــــــــ = ــــــــــــ

٣) ظتا أ = ــــــــ = ــــــــــــ

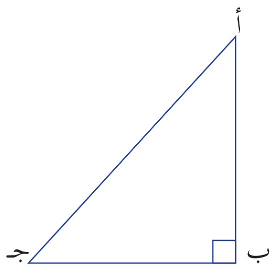
٤) جا أ × قتا أ = جا أ × ــــ = ــــــــــــ

٥) جتا أ × قا أ = ــــــــ = ــــــــــــ

ألاحظ أنّ: النسبة المثلثية × مقلوبها = ــــــــ

نشاط (٣): أ ب جـ مثلثٌ قائمُ الزاوية في ب. فيه: ∡ أ + ∡ جـ = ٩٠°، ومنها:

∡ جـ = ٩٠° − ∡ أ



أُكمل إيجاد النسب المثلّثيّة، باستخدام أطوال أضلاع المثلث:

جا أ = ــــــــ ،	جتا جـ = $\frac{\text{ب جـ}}{\text{أ جـ}}$
جتا أ = $\frac{\text{ب أ}}{\text{أ جـ}}$ ،	جا جـ =
ظ جـ = ــــــــ ،	ظتا أ =
ظتا جـ = $\frac{\text{ب جـ}}{\text{أ ب}}$ ،	ظ أ =
قا أ = $\frac{\text{أ جـ}}{\text{أ ب}}$ ،	قتا جـ =

أقارنُ بين كلِّ نسبتيْن متقابلتين، ثم أستنتج العلاقة بين النسب المثلثيّة للزاويتين : أ، (٩٠° ـ أ) ؟

أَتَعَلَّم : إذا كانت أ زاوية حادّة، فإنّ:

١) جا أ = جتا (٩٠ ° – أ) ، والعكس صحيح، جا الزاوية = جتا المتممة.

٢) ظا أ = ظتا (٩٠ ° – أ)، والعكس صحيح، ظل الزاوية = ظتا المتممة.

٣) قا أ = قتا (٩٠ ° – أ)، والعكس صحيح، قا الزاوية = قتا المتممة.

نشاط(٤) : أ جـ هـ مثلّثٌ قائم الزاوية في جـ، فيه: جتا هـ = $\frac{١}{٥}$ ،

فإذا كان أ هـ = ١٠ وحدات، أجد:

١) قيم النسب المثلثيّة الأخرى للزاوية هـ .

لإيجاد باقي النسب المثلثيّة نرسم المثلث أ جـ هـ القائم في جـ، فيه: جـ هـ = ٢ وحدة،

أ هـ = ١٠ وحدات. فيكون

أ جـ = ـــــــ ، جا هـ = ـــــــ

ظا هـ = ـــــــ ، قا هـ = ـــــــ

قتا هـ = $\frac{٥}{\sqrt{٢٤}}$ ، ظتا هـ = ـــــــ

تمارين ومسائل:

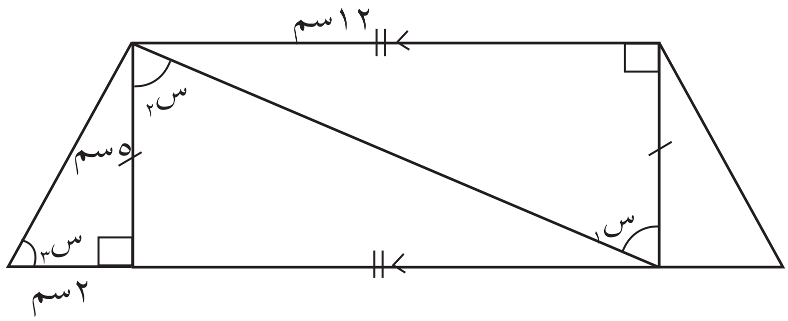
س١ س ص ع مثلّثٌ قائمُ الزاوية في ص، فيه س ص = ص ع = ٥ سم، أجدُ كلًّا من :

جتا ع، ظا ع، قاع، قتاع.

س٢ أ جـ هـ مثلثٌ قائمُ الزاوية في جـ، جتا (٩٠ ° – هـ) = $\frac{٢}{٣}$ ، أ هـ = ٣ وحدات، أجد:

جا هـ ، ظا هـ ، ظتا(٩٠ ° – هـ)

س٣ أجدُ النسب المثلثيّة الأساسيّة والثانويّة للزّوايا $س_1$ ، $س_2$ ، $س_3$ في الشكل الآتي:



مهمة تقويمية (١):

س١: إذا كان جا أ = ٠,٣ ، أجدُ قيمَ النّسبِ المثلثيّة الأخرى للزاوية أ، وقيمَ النّسبِ المثلثيّة للزاوية المتمّمة لها.

س٢: احسب قيم النسب المثلثية الأخرى للزاوية هـ إذا كان ظا هـ = $\frac{١٠}{٥٠}$

س٣: أ ب هـ مثلث قائم الزاوية في ب فيه جتا هـ = $\frac{٤}{٥}$ ، أجد قيم النسب المثلثية للزاوية (٩٠° - هـ).

نشاط(١): يعد الحق في توفير التعليم المجاني من الحقوق الأساسية لكل طفل، يلتحق الأطفال في فلسطين بالصف الأول الأساسي في المدارس الحكومية والوكالة إذا كانت أعمارهم بين ٥ سنوات و٧ أشهر، و٦ سنوات و٧ أشهر، في بداية العام الدراسيّ*، إضافةً إلى الذين أعمارهم ٦ سنوات و٧ أشهر تماماً.

يمكن لأي طفل في فلسطين عمره ٦ سنوات وشهر في بداية العام الدراسي الالتحاقُ بالمدارس الفلسطينيّة الحكوميّة، أو الوكالة، لاحظ أنّ $٦\frac{١}{١٢}$ محصور بين العددين $٥\frac{٧}{١٢}$ ، $٦\frac{٧}{١٢}$.

لا يمكنُ لطفلٍ في فلسطين عمرُه ٥ سنوات الالتحاق في المدارس الحكوميّةٍ، أو مدارس الوكالة.

لاحظ أنّ: ٥ ∉ {س: س∈ح، $٥\frac{٧}{١٢}$ < س ≤ $٦\frac{٧}{١٢}$}.

هل يمكنُ للطفل الفلسطينيّ الذي عمره ٥ سنوات و ١٠ أشهر الالتحاقُ بالمدرسة؟ ______، لماذا ؟ _____.

نشاط (٢):

١. أُكملُ كتابةَ المجموعات الآتية:

أ) المجموعة المُكوّنة من العددَيْن الحقيقيّيْن: ١ ، ٥، وجميع الأعداد المحصورة بينهما على خطّ الأعداد = {س : س ∈ ح ، ١ ≤ س ≤٥}، وهي مجموعة الأعداد الحقيقيّة التي تبدأ بالعدد ١ وتنتهي بالعدد ٥.

ب) المجموعة المكوّنة من العدد ١، وجميع الأعداد المحصورة بين العددَيْن: ١ ، ٥ على خطّ الأعداد = {س: س∈ح ، ــــ ≤س < ــــ }.

٢. ماذا نسمّي هذه المجموعات؟ـــــــــــــ

<?> على اعتبار أن العام الدراسي يبدأ في الأول من شهر أيلول.

أَتَعَلَّم : ليكن أ ، ب عددَيْن حقيقيّيْن، بحيث: أ > ب، فإنّ مجموعةَ جميعِ الأعدادِ الحقيقيّة المحصورة بين العددَيْن: أ ، ب على خطّ الأعداد، تُسمّى فترة ، ويستعمل الرمزان "[" ، "]" للدلالة على انتماءِ طرفي الفترة أو عدم انتمائهما إليها.

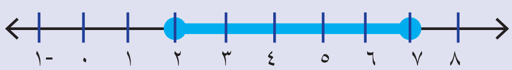
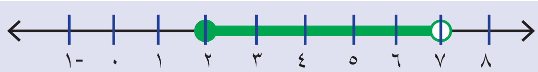
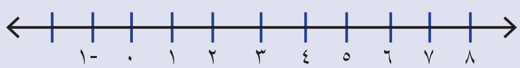
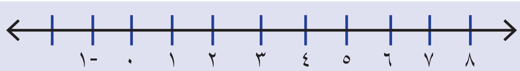
الفترات المحدودة : ليكن أ ، ب عددَيْن حقيقيّيْن ، حيث: أ > ب

أنواع الفترات	الفترة بالرموز	الفترة على شكل مجموعة
المغلقة	[أ ، ب]	{س: س ∋ ح ، أ ⩾ س ⩾ ب}
نصف المغلقة (نصف المفتوحة)	]أ ، ب]*	{س: س ∋ ح ، أ > س ⩾ ب}
نصف المغلقة (نصف المفتوحة)	[أ ، ب[**	{س: س ∋ ح ، أ ⩾ س > ب}
المفتوحة	]أ ، ب[***	{س: س ∋ ح ، أ > س > ب}

يمكن التعبير عن الفترات بالكلمات مثلاً:

الفترة الثانية: تعبر عن جميع الأعداد الحقيقية الأكبر من العدد أ والأقل أو يساوي العدد ب

نشاط (٣): أُكملُ كتابةَ الفتراتِ الآتيةِ كمجموعاتٍ، وأمثّلُها على خطّ الأعداد:

الفترة	الفترة على شكل مجموعة	التمثيل على خطّ الأعداد
[٢ ، ٧]	{س: س ∋ ح ، ٢ ⩾ س ⩾ ٧}	
[٢ ، ٧[	{س: س ∋ ح ، ٢ ⩾ س > ——}	
]٢ ، _]	{س: س ∋ ح ، —— > س ⩾ ٥}	
]٢ ، ٥[	{س: س ∋ ح ، ——}	

* نصف مغلقة من اليسار   ** نصف مغلقة من اليمين   *** يمكن كتابتها أيضاً على الصورة (أ ، ب)

الفترات غير المحدودة

ليكن أ عدداً حقيقياً ، فإنّ:

الفترة	الفترة على شكل مجموعة
$[\text{أ} , \infty[$	{س: س ∈ ح ، س $\geqslant$ أ}
$]\text{أ} , \infty[$	{س: س ∈ ح ، س $>$ أ}
$]-\infty , \text{أ}]$	{س : س ∈ ح ، س $\leqslant$ أ}
$]-\infty , \text{أ}[$	{س: س ∈ ح ، س $<$ أ}
$]-\infty , \infty[$	{ س : س ∈ ح } = ح

يمكن التعبير عن الفترات بالكلمات مثلاً:

الفترة الأولى تعبر عن جميع الأعداد الحقيقة الأكبر من أو يساوي العدد أ

ملاحظة: الرمز ∞ يدلّ على مالانهاية في الفترات غير المحدودة.

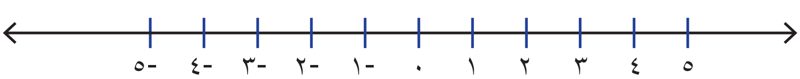
نشاط (٤) أعبّرُ عن المجموعات الآتية بفترات، وأكملُ تمثيلها على خطّ الأعداد:

١) أ = {س: س ∈ ح ، س > -٣}

أ = $]-٣ , \infty[$

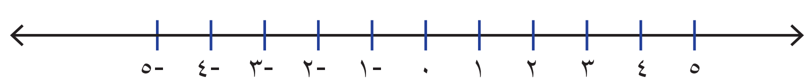
٢) ب = {س: س ∈ ح ، س $\leqslant$ ٢}

ب = $]-\infty , \text{——}]$



٣) جـ = {س : س ∈ ح}.

جـ = $]\text{——} , \text{——}[$



تمارين ومسائل:

س١ كُتبَ على قطرةٍ للعين: "صالحة للاستخدام لمدة ٣٠ يوماً من تاريخ فتح العبوة"، أُعبّرُ عن مدة صلاحيّتها عند فتحها بفترة ، وأُمثّلُها على خطّ الأعداد.

س٢ أكتبُ المجموعات الآتية على شكل فترات :

أ ل = {س: س ∈ ح ، ٢١ ⩽ س < ٤٠٠}.

ب جميع الأعداد الحقيقيّة التي بُعدُها عن الصّفر أقلّ من ٥ وحدات.

جـ درجات الحرارة السّالبة.

س٣ أُمثّلُ الفترات الآتية على خطّ الأعداد :

أ [-٤ ، ٢]

ب [-٤,٠ ، ∞[

(٣ - ٤) المتباينات الخطّيّة بمتغيّرٍ واحد

نشاط (١): يُعدُّ فقرُ الدم (الأنيميا) من المخاطرِ الصحيّة في المجتمع الفلسطينيّ، وينتجُ عن نقصِ بعضِ المُغذّيات من الفيتامينات، والعناصرِالمعدنيّة، (ويُعدُّ فقرُ الدمِ الناتجُ عن نقص الحديد هو الأكثر انتشاراً، يُعدُّ الذكرُ البالغُ مصاباً بفقر الدم إذا كان معدّلُ الهيموغلوبين في الدم أقلَّ من ١٣غم/ديسلتر*، وللأنثى البالغة أقلّ من ١٢غم/ديسلتر، وللطّفل وللمرأة الحامل أقلّ من ١١غم/ديسلتر؛ وذلك حسب بروتوكول وِزارة الصّحةِ الفِلسطينيّة، الذي يعتمدُ ما تُقرُّهُ منظّمةُ الصّحةِ العالميّة. فإذا رمزنا لنسبة الهيموغلوبين في الدم للذكر البالغ المصاب بفقر الدم بالرمز س، فيمكن التعبيرُ عنها بـ:

س < ١٣، وتُسمّى متباينة. أُكمل: هل يُعدُّ الذكرُ البالغ الذي نسبة الهيموغلوبين عنده ٩ مصاباً بفقر الدم؟ ____________

هل يمكنُ أنْ تكون س = ١٤؟ ____________

تعريف

المتباينةُ الخطيّةُ بمتغيّرٍ واحدٍ: هي عبارةٌ رياضيّةٌ بمتغيّر واحد، وتحوي إحدى الإشارات ≤ ، < ، ≥ ، > ، وتُكتَبُ بإحدى الصّور الآتية :

أ س + ب < ٠، أ س + ب ≤ ٠، أ س + ب > ٠، أ س + ب ≥ ٠.

حيث أ ، ب أعدادٌ حقيقيّة، أ ≠ صفر .

نشاط (٢): أُكوّنُ متباينةً تُعبِّرُ عن كلٍّ من الجمل الآتية:

- الحدّ الأدنى لقيمة المشتريات في محلٍّ تجاريّ؛ للحصول على خصم هو ١٠٠ دينار. فإذا رمزنا لقيمة المشتريات للحاصلين على خصم بالرمز س ، يمكن التعبير عن المسألة بالمتباينة: س ≥ ١٠٠

- الحدّ الأعلى لزمن التشغيل المتواصل لخلّاطٍ منزليّ ٦٠ ثانية، شغّلتْه أمُّ عبد الله ٣٥ ثانية وما زال يعمل. أرمزُ للزمن الإضافيّ المُمكن للتشغيل م

<table>
<tr><td colspan="2">٦٠</td></tr>
<tr><td>٣٥</td><td>؟</td></tr>
</table>

فإنّ المتباينة: ٣٥ + ـــــــ ≤ ـــــــ.

<?> ١٠ديسلتر= لتر

نشاط (٢): أجدُ ناتجَ ما يأتي، وأُقارن :

٣ ، ٨ عددان حقيقيّان، ٨ − ٣ = ــــــــ، وهو عدداً موجباً ومنها ٨ > ٣ .

-٢ ، ٦ عددان حقيقيّان، ٦ − -٢ = ــــــــ، وهو عدد ــــــــ ومنها ٦ ــــــــ -٢.

ماذا تلاحظ؟

تعريف

يكون العددُ الحقيقيّ أ أكبرَ من العدد الحقيقيّ ب؛ أي: أ > ب ،إذا كان أ − ب عدداً موجباً، وبالرموز أ − ب > صفر.

نشاط (٣): أضعُ إشارةَ > أو < أو = في الفراغات الآتية :

٥ < ١٢

٥ + **٣** ــــــــ ١٢ + **٣** ، ٥ + **-٢** ــــــــ ١٢ + **-٢** -١ > -٤

-١ + **٢** ــــــــ -٤ + **٢** ، -١ + **-٦** ــــــــ -٤ + **-٦**

ماذا تلاحظ ؟ ــــــــــــــــــــــــــــ

أَتَعَلَّم : إذا كانت أ ، ب ، جـ أعداداً حقيقيّة ، و كان أ > ب ، فإنّ :

أ + جـ > ب + جـ.

نشاط (٤): أُكمل إيجاد ما يأتي، وأضع إشارة > أو < أو = في الفراغ :

٥ < ١٢: ٥ × **٣** < ١٢ × **٣** ، ٥ × **-٢** ــــــــ ١٢ ×**-٢**

-١ > -٤ : -١ × **٢** ــــــــ -٤ × **٢** ، -١ × **-٦** ــــــــ -٤ × **-٦**

٣٦ > -٢٤ : ٣٦ ÷ **٦** ــــــــ -٢٤ ÷ **٦** ، ٣٦ ÷ **-٦** ــــــــ -٢٤ ÷ **-٦**

ماذا تلاحظ ؟ ــــــــــــــــــــــــــــ

أتعلّم : إذا كانت أ ، ب ، جـ أعداداً حقيقيّة ، فإنّه:

إذا كان أ > ب ، وكان جـ عدداً موجباً، فإنّ: أ جـ > ب جـ **و** أ/جـ > ب/جـ .

وإذا كان أ > ب ، وكان جـ عدداً سالباً، فإنّ: أ جـ < ب جـ **و** أ/جـ < ب/جـ .

العبارات أعلاه صحيحه إذا كانت الإشارة ≥.

حلّ المتباينة: هو إيجاد قيمةٍ، أو قيمِ المتغيّر التي تجعل المتباينةَ صحيحةً عند تعويض تلك القيم فيها.

ملاحظة: مجموعةُ قيمِ المتغيّر تُسمّى مجموعةَ حلِّ المتباينة.

مِثال (١): أجدُ مجموعةَ حلّ المتباينة: ٢ س − ٢ ≥ ٢٠ في ح ، وأُمثّلُ مجموعةَ الحلّ على خطّ الأعداد.

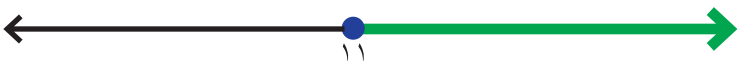
الحل: ٢ س − ٢ ≥ ٢٠

باستخدام خاصيّة الجمع للمتباينة: ٢ س − ٢ + ٢ ≥ ٢٠ + ٢

٢ س ≥ ٢٢

وبالقسمة على ٢ ينتج: س ≥ ١١ ⟵ مجموعة الحل = [١١ ، ∞[،

وتُمثَّلُ على خطّ الأعداد:



نشاط (٧): كلّفت المعلّمةُ كلًّا من إشراق وندى حلّ المتباينة: ٢س + ٣ > ٤س + ٩ في ح .

طريقة إشراق

٢س + ٣ > ٤س + ٩
٢س + ٣ − ٣ > ٤س + ٩ -٣
٢ س > ٤س + ٦
٢س − ٤ س > ٤س +٦ -٤ س
-٢ س > ٦
س < -٣

طريقة ندى

٢س + ٣ > ٤س + ٩
٢س + ٣ − ٢س > ٤س + ٩ − ٢س
٣ > ٢س + ٩
٣ − ٩ > ٢س + ٩ − ٩
-٦ > ٢س
-٣ > س

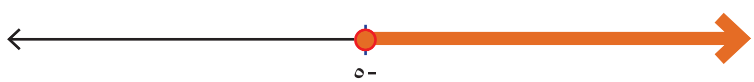
تمارين ومسائل:

س١ أحلُّ المتباينات الآتية، وأمثّلُ مجموعة حلّها على خطّ الأعداد:

أ س + ٣ ⩽ ٤

ب -س − ٧ ⩽ س − ٦

س٢ أ أكتبُ متباينةً خطيّةً يكون حلُّها ممثّلًا بالشكل:



ب أكتب متباينةً تمثّلُ العبارة : «طرح العدد ٧٠ من عددٍ ما، وكانت النتيجة ٥ على الأقلّ» .

مهمة تقويمية (٣):

س١ **عبّرْ عن المجموعات الآتية باستخدام رمز الفترة:**

* ف١ = {س: س ∈ ح، -٤ ≤ س < ٣}
* ف٢ = {س: س ∈ ح، -٢ ≤ س < ٢}

س٢ مثل الفترات الآتية على خط الأعداد:

[-١ ، ٢]　　　　(٠ ، ٥)

س٣ **أجد مجموعة حل المتباينات الآتية، وأمثل منطقة الحل على خط الأعداد:**

* س - ١ < ٣
* ٣س - ٣ ≤ س - ٥

(٣ – ٥) المتباينات الخطّيّة بمتغيّرَيْن

نشاط (١) ضِمنَ آلياتِ تنظيمِ الأسواق في فِلَسطينَ، أقرّتْ وِزارةُ الاقتصاد الوطنيّ، ضمن الماده ١٧ من قانون حماية المستهلك قراراً بإشهار الأسعارِ على السّلع، ويُلزِمُ هذا القرارُ التّجارَ والبائعين وضْعَ الأسعارِ على السّلع. تحدّد الأسعارِ في الأسواق الفلسطينيّة في بعض الحالات الاستثنائيّة؛ حيث يتمّ وضعُ تسعيرةٍ استرشاديّةٍ لمجموعةٍ من السّلع من قِبَلِ دائرةِ حمايةِ المستهلك في المحافظات، فإذا أُصدِرَتْ استمارةُ شهرِ رمضانَ بأسعارِ مجموعةٍ من السّلعِ الغذائيّةِ الأساسيّة في إحدى المحافظات، ومنها:

النوع	دجاج مذبوح 	جبنة بلديّة 
السعر (كغم)	٤ دنانير	٥ دنانير

فإذا رصدت سميرة ٣٠ ديناراً لشراء دجاجٍ، وجبنةٍ بلديّة ، فوجدت أنّ كيلوغرام الدّجاج يُباعُ في أحد المحالّ التجاريّة بأربعة دنانير، ويُباعُ كيلوغرام الجبنة بخمسة دنانير، فإذا رمزنا لكتلة الدّجاج س كغم، ولكتلة الجبنة ص كغم. أُعبّرُ عن المسألة بمتباينةٍ:

٤س + ــــ ≤ ٣٠

لاحظ أنّ: س ≥ ٠ و ص ≥ ٠

هل تستطيع سميرة شراءَ ٤ كيلوغرام دجاج، و٣ كيلوغرام جبنة ؟ ____________

إذا التزم التاجرُ بالأسعار الاسترشاديّة التي حدّدتْها دائرةُ حماية المستهلك في المحافظة، هل سيكون باستطاعتها شراءُ ٤ كيلوغرام دجاج و ٣ كيلوغرام جبنة ؟ ________________

أتعلّم : المتباينة الخطّيّة بمتغيّريْن: هي عبارة رياضيّة فيها متغيّران، وإحدى الإشارات > ،≥، < ، ≤، وتُكتَبُ بإحدى الصّور الآتية :

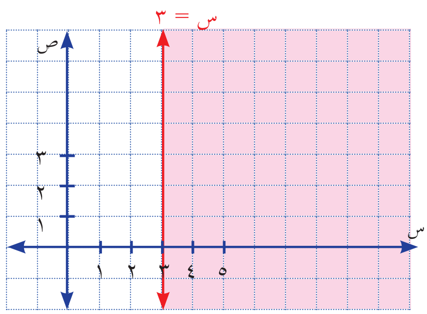
أ س + ب ص + جـ > ٠ ، أ س + ب ص + جـ ≥ ٠

أ س + ب ص + جـ < ٠ ، أ س + ب ص + جـ ≤ ٠

حيث: أ ، ب ، جـ أعدادٌ حقيقيّة و أ ، ب ≠ صفراً.

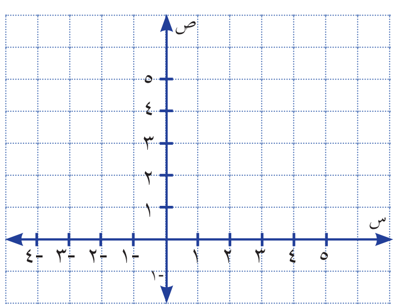
مِثال (١): أكتبُ مجموعةَ حلّ المتباينة: س ≥ ٣، وأُمثّلُها على خطّ الأعداد ، ثمّ أُمثّلُها في المستوى الديكارتي .

الحل: مجموعة حلّ المتباينة: س ≥ ٣ = [٣ ، ∞[، وتُمثَّل على خطّ الأعداد:



ولتمثيل مجموعة حلّ المتباينة: س ≥ ٣ في المستوى الديكارتي، نرسم الخطّ المستقيم س = ٣ الذي يقسم المستوى إلى منطقتيْن، إحداهما تمثّلُ مجموعة الحل، نظلّل منطقة حلّ المتباينة س ≥ ٣ كما في الشكل .لاحظ أنّ الإحداثي السّيني للنقاط الواقعة ضمن منطقة الحل يُحقّق س ≥ ٣، أُمثّل موقع النقطة (٥ ، ١) .

نشاط (٢): أمثّل مجموعة حلّ المتباينة: ٢س -٣ ص ≥ -٦ في المستوى الديكارتي.



أرسم الخطّ المستقيم ٢س – ٣ص = -٦

لتحديد منطقة الحلّ، أُعوّضُ إحداثيّات نقطةٍ لا تقع على الخط المستقيم المرسوم في المتباينة، ولتكنْ (١، ٠) :

٢×١ – ٣×٠ = ٢ ≥ -٦ . ماذا تلاحظ؟ ــــــ

أظلّلُ المنطقة التي تمثّل مجموعة الحلّ على الرسم.

أكتبُ زوجاً مرتّباً ينتمي إلى مجموعة

الحل:ــــــــــــــــــــ

أكتبُ زوجاً مرتّباً لا ينتمي إلى مجموعة الحل:ــــــــــــــــــــ

نظام المتباينات : هو أيُّ مجموعةٍ من المتباينات.

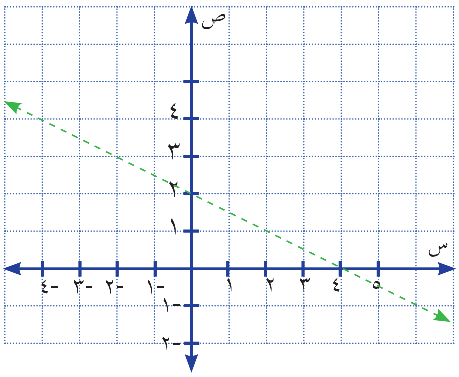
والمنطقة التي تمثّل حلَّ النظام هي المنطقة التي تُحقّقُ جميع المتباينات فيه.

نشاط (٣): أحدد المنطقة التي تمثل حل النظام الآتي في المستوى الديكارتي:

س + ٢ص < ٤

س ⩾ ١

ص ⩾ -١

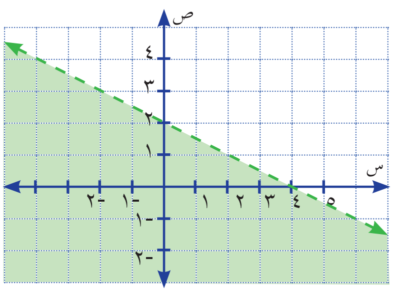


أُمثّلُ مجموعة حلّ المتباينة: س+٢ص< ٤ :

أرسمُ الخطّ المستقيم: س + ٢ص = ٤ ، لاحظ أنّ الخطَّ متقطع.

أُحدّدُ منطقة حلّ المتباينة: س+ ٢ص < ٤ باختيار زوجٍ مرتّبٍ، مثل: (١ ، ٠) والتعويض فيها:

١ + ٠ = ١ < ٤



أي أنّ: النقطة (١ ، ٠) ضمن منطقة الحلّ .

أُظلّل منطقة حلّ المتباينة: س + ٢ص < ٤ باللون الأخضر.

١) أُمثّل مجموعة حل المتباينة س ⩾ ١ :

أرسم الخط المستقيم س = ١

ثمّ أحدد منطقة حل المتباينة س ⩾١، باختيار زوجٍ مرتّبٍ مثل:(٠،٠)، والتعويض فيها.

أظلّلُ منطقة حل المتباينة س ⩾ ١ بلونٍ آخر.

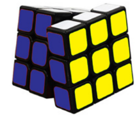
٢) أُمثّلُ مجموعة حل المتباينة ص ⩾ -١ :

أرسم الخط المستقيم ______________

أحدّدُ منطقة حل المتباينة: ص ⩾ -١

أظلّلُ منطقة حل المتباينة ____________ بلونٍ مختلفٍ عن اللونيْن السابقيْن.

وبهذا تكون المنطقة الواقعة ضمن مجموعة حلّ كلِّ متباينةٍ في النظام، هي التي تمثّلُ مجموعة حل النظام.



تمارين ومسائل:

س١ أُمثّلُ بيانيّاً مجموعة حلّ كلِّ متباينة من المتباينات الآتية :

1. ص ≥ -٢
2. ٣س − ٢ ص < ٦

س٢ أجدُ بالرسم في المستوى الديكارتي المنطقة التي تمثّلُ حلَّ نظامٍ المتباينات الآتية:

أ
ص ≥ -٢
ص ≤ ٣ − س
٢س + ٤ص ≤ ٤

(٣- ٦) كثيرات الحدود

نشاط(١): تستخدم البنوك خدمة الصراف الآلي على نطاق واسع وذلك للتسهيل على المواطن في التعاملات البنكيّة.

يحتوى الصرّافُ الآليّ صناديقَ من فئةِ العملات المتداوَلَة، دينار ، دولار،... ، فإذا كانت س = ١٠ نستطيع التعبيرُ عن الحركات الآتية من الصرّاف الآلي: ١٠، ٨٠ ، ١٠٠، ٣٠٠، بالمقادير الجبريّة:

س ، ٨س ، $س^{٢}$ ، $٣س^{٢}$، على التوالي

أمثّلُ مجموعَ حركاتِ الصرّاف الآلي بالرموز: ________________.

تعريف

الاقتران كثير الحدود* على ح: هو اقترانٌ معرَّفٌ على ح، ويتكوّنُ من حدٍّ، أو مجموعِ حدودٍ جبريّةٍ عِدّة، وتكون فيه أُسُسُ المتغيّر أعداداً صحيحةً غيرَ سالبة.

ونُعبّرُ عن كثير الحدود بـ:

$$ق(س) = أ_{ن} س^{ن} + أ_{ن-١} س^{ن-١} + أ_{ن-٢} س^{ن-٢} + ... + أ_{٢} س^{٢} + أ_{١} س^{١} + أ_{٠}$$

حيث: $أ_{٠}$ ، $أ_{١}$ ، $أ_{٢}$ ، ....$أ_{ن}$ أعدادٌ حقيقيّةٌ، وتُسمّى معاملاتُ كثيرِ الحدود ق(س) ، ن عدداً صحيحاً غيرَ سالب.

ملاحظة: درجة كثير الحدود هي أكبرُ أُسٍّ للمتغيّر فيه.

* يمكن تعريف كثير الحدود على أي مجموعة جزئية من ح.

نشاط(٢): أُكمل:

١) $ق(س) = ٢س^{٥} - ١٥س + ٩$: اقترانٌ كثيرُ حدود من الدرجة الخامسة؛ لأنّ: الأسس صحيحة غير سالبة، وأكبر أسٍّ فيه هو ٥ .

٢) $ق(س) = ٦س - س^{\frac{١}{٣}}$: ليس اقتراناً كثيرَ حدود؛ لأنّ الأسّ $\frac{١}{٣}$ عدد غير صحيح .

٣) $ق(س) = س - س^{\frac{٢}{٥}} - س^{٧} + ٢س^{٥} + ٤س^{٦} - ٩$: ______________ .

٤) $ق(س) = ٣$: اقترانٌ ثابتٌ، وهو كثيرُ حدود من الدرجة الصفريّة؛ لأنّه يمكن كتابتُه على صورة: $ق(س) = ٣س^{٠}$.

٥) $ق(س) = \pi س^{٢} - س^{\frac{٣}{٤}} + ١$: ______________ .

٦) $ق(س) = ٤س + ١$: ______________ .

٧) $ق(س) = ٣س^{٢} + ٥س - ٤$: ______________ .

تعريف

يتساوى كثيرا الحدود، إذا كان لهما الدرجةُ نفسُها، وكانت معاملاتُ قُوى س المتناظرة متساويةً.

نشاط(٣): إذا كان: $ق(س) = ٣س^{٢} + ب س + جـ$ ، $هـ(س) = أس^{٢} + ٣ س + \sqrt{٣}$ ، وكان ق(س) = هـ (س) ، أُكمل إيجاد:

أ = ٣ ، ب = ______ ، جـ = ______

نشاط(٤): ليكن: $ق(س) = ٢س + ٤$

- هل ق(س) كثير حدود؟ ______
- إذا كان ق(س) = صفر

فإنّ: $٢س + ٤ = ٠$.

$٢س = $ ______

$س = -٢$

نُسمّي العدد (-٢) صفراً للاقتران ق؛ لأنّ: ق(-٢) = صفر ، أتحقّق من ذلك.

أَتَعَلَّم: إذا كان ق(س) اقتراناً، وكان ق(م) = صفراً، فإنّ العدد م يُسمّى صفراً للاقتران ق(س).

أُفَكِّر وأُناقش هل ق(س) = س + $\frac{٥}{س^{-٤}}$ كثير حدود؟ ولماذا؟

تمارين ومسائل:

س١ أُبيّنُ أيَّ الاقترانات الآتية تمثّل كثيرَ حدود، ثمّ أكتبُ درجةَ كثيرِ الحدود فيها:

أ) ق(س) = ٢س^{٢} − ٥س + ١

ب) ق(س) = س^{٢} − ٥س^{٣} − ٧ + ٣س^{٩} − ٢س

جـ) ق(س) = ٥س + س$^{\frac{٢}{٥}}$

س٣ أجد أصفار الاقترانات الآتية:

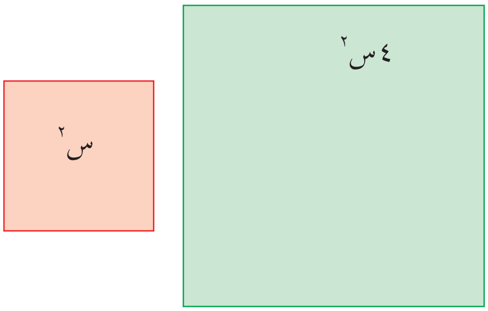
أ) ق(س) = ٣ − ٧س

ب) ق(س) = س^{٢} + ٥س − ١٤

جـ) ق(س) = س^{٢} − ٤

جمعُ كثيراتِ الحدودِ وطرحُها

نشاط(١): تنتشر لعبةُ كرةِ الطائرةِ في فلسطين، ومن أجل تطوير اللعبة يعمدُ الاتّحاد الفلسطينيّ إلى توفير قاعاتٍ لأنديةِ الدرجة الممتازة، طُلب إلى مهندسٍ عملُ تخطيطٍ داخلَ القاعة، لغرفِ ملابس اللاعبين؛ ويمكن تمثيلها بالأشكال الآتية، فرسم المهندس غرفتين، مِساحةُ إحداهما أربعة أضعاف مِساحة الأخرى.



مجموع مساحتيْهما: ــــــــــــ

الفرق بين مساحتيْهما: ــــــــــــ

مجموع محيطيْهما: ــــــــــــ

أتعلَّم: اذا كان $ق(س) = أ_ن س^ن + أ_{ن-١} س^{ن-١} + ... + أ_٢ س^٢ + أ_١ س^١ + أ_٠$

فإن $جـ ق(س) = جـ أ_ن س^ن + جـ أ_{ن-١} س^{ن-١} + ... + جـ أ_٢ س^٢ + جـ أ_١ س^١ + جـ أ_٠$

أوّلاً: جمع كثيرات الحدود:

تعريف

ليكن: ق(س) ، هـ(س) كثيري حدود، **فإنّ: (ق + هـ)(س) كثير حدود**، بحيث:

$(ق + هـ)(س) = ق(س) + هـ(س)$

نشاط(٢): ليكن $ق(س) = ٣س^٢ + ٥س - ١$ ، $هـ(س) = ٢س^٢ - ٢س$ ،

أُكمل إيجاد:

$$(ق + هـ)(س) = ق(س) + هـ(س) = (٣س^٢ + ٥س - ١) + (٢س^٢ - ٢س)$$

$$= (٣س^٢ + ٢س^٢) + (٥س - ٢س) - ١$$

$$= ٥س^٢ + ــــــ - ــــ$$

لاحظ أنّ: (ق + هـ)(س) هو اقتران كثير حدود من الدرجة ــــــــــــ .

أَتَعَلَّم: ناتجُ جمعِ كثيري حدود هو كثيرُ حدود، درجته أقلّ، أو تساوي أعلى درجتيّ الاقترانين.

ثانياً: طرح كثيرات الحدود:

تعريف

ليكن: ق(س)، هـ(س) كثيري حدود، **فإنّ: (ق – هـ)(س) كثير حدود**، بحيث:

(ق – هـ)(س) = ق(س) – هـ(س)

نشاط(٣) إذا كان ق(س) = ٧س^{٢} + ٥س – ١ ، هـ(س) = ٢س^{٢} – ٢س + ٧ ،

أُكمل إيجاد:

١) (ق – هـ)(س) = ق(س) – هـ(س) = (٧س^{٢} + ٥س – ١) – (٢س^{٢} – ٢س + ٧)

= (٧س^{٢} – ٢س^{٢}) + (٥س + ______) +(-١ – ٧)

= ٥س^{٢} + ______ – ______

لاحظ أنّ: (ق – هـ)(س) هو اقتران كثير حدود من الدرجة ________ .

٢) ٣ق(س) = ٣ × (   )

= ٢١س^{٢} + _____ – _____

أُفَكِّر وأُناقش

ما درجة ناتج طرح كثيري حدود؟

تمارين ومسائل:

س١ إذا كان: ق(س) = ٦س^{٣} + ٥س^{٢} – ١،   هـ(س) = ٣س^{٢} + س + ٤

ك(س) = ٢س^{٢} – ٤، اقتراناتٍ كثيرةَ الحدود، أجد ما يأتي :

أ (ق + هـ)(س)   ب (هـ – ك)(س)

جـ (ق + ك)(-١)   د هـ(س) – ٤ق(س)

س٢ ليكن :

- ق(س) كثير حدود من الدرجة الثالثة
- هـ(س) كثير حدود من الدرجة الرابعة
- ك(س) كثير حدود من الدرجة الخامسة

فما درجة كلٍّ ممّا يأتي؟

أ (ق + هـ)(س)   ب (ق – ك)(س)   جـ (ق + هـ + ك) (س)

مهمة تقويمية (٤):

س١ أجدُ بالرسم في المستوى الديكارتي المنطقة التي تمثّلُ حلَّ نظامٍ المتباينات الآتية:

ص < ١ ، س ≥ ١

س٢ إذا كان الاقترانان: ق (س) = (أ - ١) س^{٣} + ٢ س^{٢} + (ج + ١)

ك(س) = (ج + ٢) س^{٣} + أ س^{٢} + هـ - ٢ متساويين، أحسبُ قيمة أ، ج، هـ.

س٣ اذا كان ق(س) = ٦س^{٢} + ٥س ، هـ(س) = ٣س^{٢} + س + ٤، ك(س) = ٢س^{٣} +٦ اقترانات كثيرة حدود، فأوجد ما يأتي، وحدد درجة الناتج:

أ) هـ(س) - ٤ ك(س)   ب) (ق + ك) (س)

(٣-٨) **ورقة عمل الوحدة الثالثة**

س١ أضعُ دائرةً حول رمزِ الإجابة الصّحيحة فيما يأتي:

١ ما قيمة المقدار $\frac{\text{جتا س قتا س}}{\text{ظا س}}$ ؟

أ) ظتا س ب) قتا س ج) $\text{ظتا}^{٢}$ س د) $\text{قتا}^{٢}$ س

٢ إذا كانت س زاويةً حادة، وكان جاس = جتا(س + ٢٠ ْ)، فما قياسَ الزّاوية س ؟

أ) ٣٠ ْ ب) ٣٥ ْ ج) ٥٠ ْ د) ٢٠ ْ

٣ ما قيمة $\text{جا}^{٢}$ ٣٠ ْ + $\text{جتا}^{٢}$ ٣٠ ْ ؟

أ) صفر ب) ١ ج) $\frac{١}{٢}$ د) $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$

٥ ما الفترة التي تمثّل المجموعة: {ع : ع ∈ ح ، $\text{ع}^{٢} \leqslant ٤$ }؟

أ)]٤ ، ∞[ب) [-٢ ، ٢] ج)]-∞ ، ٢] د)]٠ ، ٢]

٦ إذا كانت ص ∈]-٧ ، ٥[فما قيمة ص ؟

أ) -٧ ب) ٥ ج) صفر د) ١٢

٧ أيّ الاقترانات الآتية يُعدُّ اقتراناً كثير حدود:

أ) س + $\frac{\text{س}}{٨}$ − $\text{س}^{٥}$ ب) $\frac{٣}{\text{س}^{٦}}$ − ٨ ج) ٥ $\sqrt{\text{س}}$ + ١ د) ٢$\text{س}^{-٣}$ + ٧

س٢ أُمثّلُ مجموعة حلّ النظام الآتي في المستوى الديكارتي:

س > -١

ص ⩽ ٣,٥

ص − س ⩾ ٢

س٣ إذا كانت ق(س) = $\text{س}^{٣}$ − ٥$\text{س}^{٢}$ + ٣، هـ(س) = $\text{س}^{٢}$ +١ ، أجد:

أ ق(س) + ٢هـ(س) ب ٤ق(س) − هـ(س) جـ (ق + هـ)(٣)

س١ ضع دائرة حول رمز الاجابة الصحيحة فيما يأتي:

١) أحد الاقترانات الآتية كثيرة حدود:

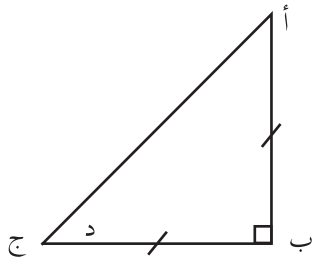
أ) ق(س) = س$^{-٢}$ + ٥ ب) ق(س) = س^{٣}+٤س ج) ق(س) = س + $\sqrt{\text{س}}$ د) ق (س) = $\frac{١}{\text{س}^{٢}}$

٢) أصغر عدد صحيح يحقق المتباينه ١ > ٣ - ٢س هو:

أ) صفر ب) -١ ج) ١ د) ٢

٣) إذا كانت المجموعة: س = {أ : أ ∋ ح، ٣ ≤ س > ٤} فما صورة تلك المجموعة على شكل فترة؟

أ) [٣، ٤[ب)]٣، ٤] ج)]٣، ٤[د) [٣ ، ٤]



٤) أ ب ج مثلث قائم الزاوية في ب، فيه أ ب = ب ج ما قيمة $\sqrt{٢}$ جا أ + ٢ظا أ؟

أ) ٢ ب) ٣

ج) $\sqrt{٢}$ + ٢ د) ٤

٥) إذا كانت ج زاوية حادة، بحيث إنّ: ظا ج = $\frac{٣}{٤}$ **، ما قيمة قا ج؟**

أ) $\frac{٥}{٢}$ ب) $\frac{٥}{٣}$ ج) $\frac{٥}{٤}$ د) ١

٦) ما قيمة المقدار $\frac{\text{قتا}٣٠°}{\text{قا}٦٠°}$ - ظتا٤٥°؟

أ) صفر ب) $\sqrt{٣}$ - ١ ج) $\frac{١}{\sqrt{٣} - ١}$ د) $\frac{-١}{٢}$

س٢: إذا كان الاقترانان ق(س) = س^{٤} + س^{٢} + س + ١، هـ(س) = (س^{٢} + أ) (س^{٢} - ١) + ب س + ج وكان ق(س) = هـ(س) احسب: أ، ب، ج.

س٣: حل نظام المتباينات الخطية الآتي بيانياً

ص ≤ ٢ س + ٦

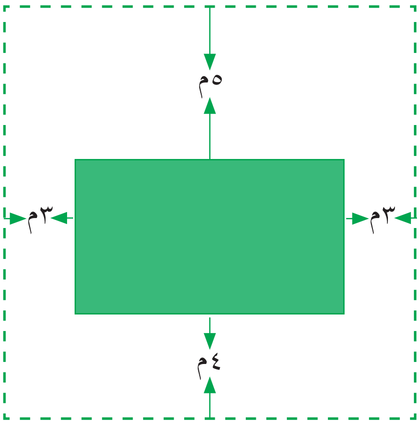
ص + ٣ س ≥ -١

س ٤ : أجد صفر الاقتران الآتي:

أ ق(س) = س^{٢} + ٥س − ١٤

(٤ – ١) ضربُ كثيراتِ الحدودِ وقسمتُها

نشاط (١): تُصدرُ إحدى البلديّات تراخيصَ البناء للمواطنين؛ لغرض تنظيم البناء، وضبطه في المدن والقرى الفلسطينيّة. يمتلك سميرٌ قطعةَ أرضٍ مربعة الشكل، ويريد بناءَ بيتٍ عليها، بحيث يتركُ مساحاتٍ حول البيت (ارتدادات)، يمكن تمثيلها بالشكل المجاور، إفترِض طولُ قطعة الأرض س متر.



طول البيت: (س – ٦)

عرض البيت: (س – ــــ)

مِساحة البيت:

أولاً: ضرب كثيرات الحدود:

تعريف

ليكن ق(س)، هـ(س) كثيري حدود، **فإنّ: (ق × هـ)(س) كثير حدود**، ويكون:

(ق × هـ)(س) = ق(س) × هـ(س)

نشاط (٢): إذا كان ق(س) = س^{٢} + ٣، هـ(س) = ٤س + ٢ ، أكمل إيجاد:

(ق × هـ)(س) = ق(س) × هـ(س) = (س^{٢} + ٣) × (٤س + ٢)

= س^{٢} × ٤س + س^{٢} × ٢ + ــــ × ــــ + ــــ × ــــ

= ٤س^{٣} + ــــ + ــــــ + ــــــ

لاحظ أنّ: (ق × هـ)(س) هو اقتران كثير حدود من الدرجة ــــــــ.

أُفَكِّر وأُناقش

ما درجة حاصل ضرب كثيري حدود؟

ثانياً: قسمة كثيرات الحدود:

نشاط(٣): أكمل إيجاد ناتج قسمة ما يأتي:

١) $\frac{٣س^{٢}}{س} = ٣س$ ، س $\neq$ ٠

٢) $\frac{س^{٣}}{س^{٢}} =$ ـــــــــ ، س $\neq$ ٠

٣) $\frac{س^{٢} - س}{س} = \frac{س(س - ١)}{س} =$ ـــــــ ، س $\neq$ ٠

٤) $\frac{٤س^{٢}}{س^{٢}} =$ ـــــــــ ، س $\neq$ ٠

تعريف

ليكن ق(س)، هـ(س) كثيري حدود، فإنّ:

(ق ÷ هـ)(س) = ق(س) ÷ هـ(س)، هـ(س) $\neq$ صفر لكلّ س $\in$ ح

مِثال: إذا كان ق(س) = ٧س + س^{٣} + ١٢ ، هـ(س) = س + ٢ ، أجدُ: ق(س) ÷ هـ(س).
يمكن إيجادُ ناتج قسمة كثيري حدود باستخدام القسمة الطويلة، إذا كانت درجةُ المقسوم أعلى، أو تساوي درجة المقسوم عليه، باتّباع الخطوات الآتية:

الحل:

١- نرتب حدود الاقترانين ق(س)، هـ(س) تنازليّاً حسب قوى س.
٢- نقسم الحدّ الأوّل في المقسوم على الحد الأوّل في المقسوم عليه، ونضعه حدّاً أوّلَ في ناتج القسمة؛ أي أنّ: س^{٣} على س يساوي س^{٢} .
٣- نضرب (س^{٢}) الذي حصلنا عليه في خطوة ٢ في كلِّ حدٍّ من حدود المقسوم عليه، ونطرح .
٤- نكرّر الخطوتين ٢، ٣ حتى نحصل على باقٍ، درجته أقلّ من درجة المقسوم عليه.

س^{٢} − ٢س +١١

س + ٢) س^{٣} + ٧س + ١٢

س^{٣} + ٢س^{٢}

٠ − ٢س^{٢} + ٧س + ١٢

-٢س^{٢} − ٤س

٠ + ١١س + ١٢

١١س + ٢٢

٠ -١٠

ناتج قسمة ق(س) على هـ(س) يساوي س^{٢} − ٢س + ١١ . والباقي -١٠ .

أُفَكِّر وأُناقش

- كيف نتحقّقُ من صحّة حل المثال السابق؟
- ما درجة ناتج قسمة أيّ كثيري حدود؟

نشاط(٤): أكمل إيجاد ناتج قسمة: ($٣س^٢ + س^٣ - ٤$) ÷ (س + ٢) .

$$\begin{array}{r|l} س^٢ \\ \hline س^٣ + ٣س^٢ - ٤ & س + ٢ \\ س^٣ + \_\_\_\_ & \\ \hline \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ & \\ \hline \_\_\_\_\_\_\_\_ & \end{array}$$

ناتج قسمة ($٣س^٢ + س^٣ - ٤$) على (س + ٢) يساوي ______________، والباقي ________.

لاحظ أنّ:

$٣س^٢ + س^٣ - ٤ =$ (س + ٢) × (   )

(س+٢) عامل من عوامل $٣س^٢ + س^٣ - ٤$

هل ناتجُ القسمةِ عاملٌ من عوامل $٣س^٢ + س^٣ - ٤$ ؟

أَتَعَلَّم: إذا كان باقي قسمةِ اقتران كثيرِ حدود على اقترانٍ كثير حدود آخر يساوي صفراً، فإنّ المقسومَ عليه عاملٌ من عواملِ المقسوم.

تمارين ومسائل:

س١ إذا كان ق(س) = س^{٢} – ٥س، هـ(س) = ٢ + س ، ك(س) = س^{٣} + ٢س + ١ ، أجد:

أ (ق × هـ)(س)

ب (ك × هـ)(س)

س٢ أجد: (ق ÷ هـ)(س) في كلٍّ ممّا يأتي:

أ ق(س) = ٦س^{٣} + ٣س + ٢، هـ(س) = ٢س^{٢} + ١

س٣ أكتب درجة ناتج حاصل ضرب ق(س) في هـ(س) فيما يأتي، دون إجراء عمليّة الضرب:

أ ق(س) = س^{٦} – ٣، هـ(س) = س^{٣} + س^{٢} – ٤

س٤ أكتب درجة ناتج قسمة ق(س) على هـ(س) فيما يأتي، دون إجراء عمليّة القسمة:

أ ق(س)= ٢س^{٣} – ٨س^{٢} + ١ ، هـ(س) = س + ٦

س٥ أبيّنُ باستخدام القسمة الطويلة أنّ س – ٢ عامل من عوامل س^{٣} – ٨

(٤ – ٢) الاقتران التربيعيّ

نشاط(١): كثيرٌ من حركة الأشياء في الطبيعة تحصل بطريقةٍ منظّمةٍ، وضمن قوانينَ ثابتة. ففي الشكل المجاور حركةُ المياه تشكّلُ شكلاً منظّماً.

الشكل الهندسيّ الذي تصنعه نافورةُ المياه في الشكل منحنًى مفتوحٌ إلى الأسفل .

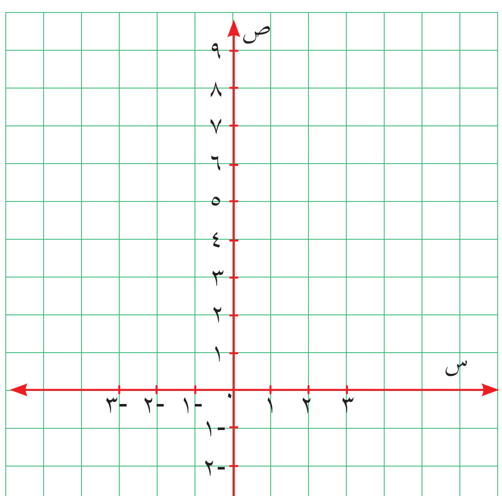
أعطِ أمثلةً أخرى لأشياء، أو لأشكالٍ لها الحركة نفسها : ____________

تعريف

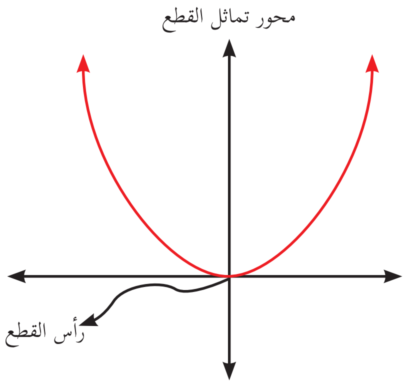
يُسمّى كثيرُ الحدود ق(س) = أس^{٢} + ب س + جـ، حيث: أ، ب، جـ أعداد حقيقيّة، أ ≠ صفر اقتراناً تربيعيّاً.

نشاط(٢): أُكمل الجدول الآتي، وأُعيّن النقاط الناتجة في المستوى:

س	٣	٢	١	٠	١-	٢-	٣-
ص = ق(س) = س^{٢}		٤			١		



أتعلّم: عند تمثيل الاقتران التربيعيّ ق(س) = س^{٢} في المستوى الديكارتي يظهر كما في الشكل المجاور، ويُسمّى قطعاً مكافئاً. ويُسمّى هنا قطعاً مكافئاً مفتوحاً إلى الأعلى؛ لأنّ معامل س^{٢} موجب.



نشاط(٣): أُكمل خطواتِ تمثيل الاقتران التربيعيّ: ق(س) = س^{٢} + ٢س − ٣

١) أجدُ الإحداثي السيني لرأس القطع المكافئ، س = $\frac{\text{-ب}}{\text{٢أ}}$ = −١

٢) أكوّنُ الجدول لتمثيل النقاط:

س	١	٠	-١	-٢	-٣
ص = ق(س)			-٤		

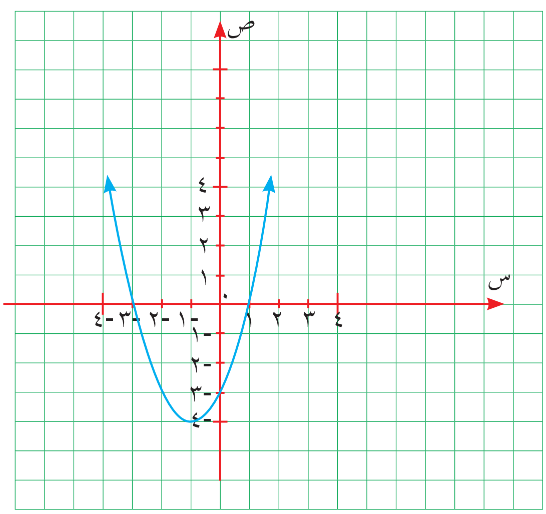
ق(-١) = (-١)^{٢} + ٢×-١ − ٣ = -٤ (-١ ، -٤) إحداثيّات رأس القطع

ق(١) = ________ = ________ (١ ،)

ق(٠) = ________ = ________ (٠ ،)

ق(-٢) = ________ = ________ (-٢ ،)

ق(-٣) = ________ = ________ (-٣ ،)



٣) أُعيّنُ النقاط في المستوى الديكارتي، وأصلُ بينها.

٤) ما نقاط تقاطع المنحنى مع محور السينات؟

٥) الاقتران مفتوح لـ ________ لأن ________

٦) ما الإحداثي الصادي لرأس القطع المكافئ؟ ماذا ألاحظ؟

ألاحظ أنّ: ق(-١) = -٤، وهي القيمة الصغرى للاقتران.

تمارين ومسائل:

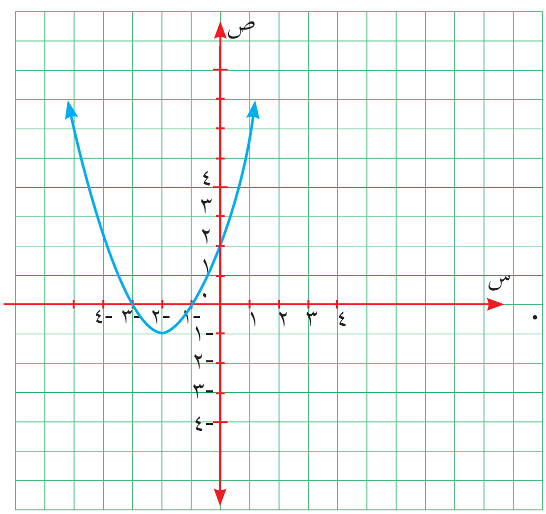
س١ أُمثّل الاقترانات الآتية في المستوى الديكارتي:

أ) ق(س) = س^{٢} + ٦س + ٩

ب) ق(س) = ٣س^{٢} − ١٢س

جـ) ق(س) = ١ − س^{٢}

س٢ من الشكل المجاور، أجد:



أ) إحداثيّات رأس القطع المكافئ.

ب) أصفار الاقتران.

جـ) أرسم في الشكل محور التماثل.

د) إحداثيّات نقطة تقاطعه مع محور الصّادات.

مهمة تقويمية (١):

س١ إذا كانت ق(س) = س^{٣} − ٥س^{٢} + ٣، هـ(س) = س^{٢} +١ ، أجد:

أ) ق(س) × هـ(س) + ٥ ب) ق(س) ÷ هـ(س)

س٢ أبين باستخدام القسمة الطويلة أن (س+١) هو عامل من عوامل (س^{٣}+١).

س٣ أمثل الاقتران ق(س) = ١- س^{٢} في المستوى الديكارتي.

(٤ – ٣) الاقتران النسبي

نشاط(١): في القاعات الرئيسه يتمّ عملُ أنظمةٍ للتبريد؛للتخفيف من استهلاك الطاقة، يحاول المهندسون أنْ تكونَ نسبةُ مِساحة سطح المجسّم إلى حجمه صغيرة بالحد الكافي. هناك قاعةٌ طولُها س متر ، عرضُها س متر ، ارتفاعُها س متر.

أجد: المساحة الكليّة للقاعة =

٤س × س + ــــ = ٦س^{٢}

حجم القاعة = س × ــــ × ــــ = ــــ

نسبة المِساحة الكليّة للقاعة إلى حجمها = ـــــــــــــــ

تعريف

يُسمّى الاقتران المكتوب على صورة ق(س) = $\frac{\text{هـ(س)}}{\text{ل(س)}}$، اقتراناً نسبيّاً، حيث هـ(س)، ل(س) اقترانان كثيرا حدود، ومجال الاقتران ق(س) هو ح ما عدا أصفار الاقتران ل(س).

نشاط(٢): ما مجال الاقترانات النسبيّة الآتية؟

١) ق(س) = $\frac{\text{٣س}^{٢} - ٤}{\text{٢س} + ٦}$

لإيجاد مجال الاقتران ق(س) نجد أصفار المقام.

لإيجاد أصفار المقام نضع : ٢س + ٦ = صفر

٢س = ـــــــ

س = ـــــــ

مجال ق(س) هو ح ما عدا أصفار المقام

إذن مجال ق(س) = ح ـ {   }

نشاط(٣): أُكمل إيجاد أصفار الاقترانات النسبيّة الآتية:

١) $ق(س) = \frac{س^{٢} - ٤س - ١٢}{س^{٣} - ٢٧}$ ، $س \neq ٣$

$= \frac{س^{٢} - ٤س - ١٢}{س^{٣} - ٢٧} = صفر$

$س^{٢} - ٤س - ١٢ = \underline{\qquad}$

$(س + ٢) \times (س - \underline{\qquad}) = صفر$

إمّا: $س + ٢ = صفر$ ، أو: $س - \underline{\qquad} = صفر$

$س = -٢$ ، أو: $س = \underline{\qquad}$

أصفار الاقتران ق(س) هي -٢ ، $\underline{\qquad}$

أَتَعَلَّم: أصفار الاقتران النسبي هي تلك القيم التي تجعل قيمة البسط = صفر، ولا يكون المقام مساوياً صفر عندها.

تمارين ومسائل:

س١ أجد مجال الاقترانات النسبيّة الآتية:

أ) $ق(س) = \frac{٥س + ٣س^{٢} + ٨}{٢س - \frac{١}{٢}}$

ب) $ق(س) = \frac{٤س + ١}{\sqrt{٢س} + ٤}$

جـ) $ق(س) = \frac{٣س + ١}{س(س^{٢} - ١)}$

س٢ أجد أصفار الاقترانات النسبيّة الآتية:

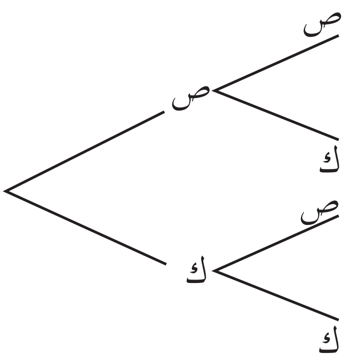
أ) $ق(س) = \frac{س^{٢} - ٤}{س^{٣} + ٤س}$ ، $س \neq صفر$

ب) $ق(س) = \frac{س^{٣} + ٩س^{٢} + ١٨س}{س^{٢} + ١}$

(٤ - ٤) قوانين الاحتمالات

نشاط (١): الجنيه الفلسطينيّ هو العملةُ التي استخدمتها حكومة فلسطينَ في عهد الانتداب البريطاني بين عاميّ ١٩٢٧م - ١٩٤٨م.

تم إلقاءِ قطعةِ نقد معدنية من فئة ٥٠ مل مرّتيْن متتاليتيْن، وملاحظة الوجه الظاهر.



ص: تعني وجه صورة عليه غصن الزيتون.

ك: تعني وجه عليه العدد ٥٠ مل

- الفراغ العيني للتجربة Ω = {(ص ، ص) ، .... ، (ك ، ص) ، ....}

(ص ، ك) تعني:ظهور صورة في الرمية الأولى، وكتابة في الرمية الثانية.

(ك ، ص) تعني: ....

- إذا كان $ح_١$ حادث ظهور كتابة واحدة فقط ، $ح_٢$ حادث ظهور صورة واحدة على الأقلّ، فإنّ:
- $ح_١$ = { (ص ، ك)، ....} ، $ح_٢$ = {......،(ك ، ص) ، ....}
- ل($ح_١$) = $\frac{٢}{٤}$ = $\frac{١}{٢}$
- ل($ح_٢$) = $\frac{\square}{\square}$

$ح_١ \cap ح_٢$ = {(ص ، ك) ، }

$ح_١ \cup ح_٢$ = { ، ، }

- ل($ح_١ \cap ح_٢$) = $\frac{\square}{\square}$، ل($ح_١ \cup ح_٢$) = $\frac{\square}{\square}$
- احتمال عدم وقوع الحادث $ح_٢$ هو:

ل($\overline{ح_٢}$) = ١ − ل($ح_٢$) = ١ − ____ = ____

أتذكّر: إذا كانت Ω هي الفضاء العينيّ لتجربةٍ عشوائيّة، بحيث إنّ كلَّ عنصرٍ في Ω له فرصة الظهور نفسها(الحدوث)، وكان الحادث ح $\subset \Omega$ ، فإنّ :

$$\text{ل(ح)} = \frac{\text{عدد عناصر ح}}{\text{عدد عناصر } \Omega}$$

$$\text{ل}(\overline{\text{ح}}) = ١ - \text{ل(ح)}$$

- إذا كان $ح_١$، $ح_٢$ حادثيْن في Ω، فإنّ:

$$\text{ل}(ح_١ \cup ح_٢) = \text{ل}(ح_١) + \text{ل}(ح_٢) - \text{ل}(ح_١ \cap ح_٢)$$

أتذكّر: إذا كان $ح_١$، $ح_٢$ حادثيْن منفصليْن في Ω، فإنّ:

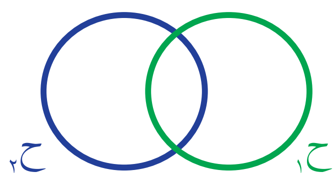
$$\text{ل}(ح_١ \cup ح_٢) = \text{ل}(ح_١) + \text{ل}(ح_٢)$$

نشاط (٢): إذا كان احتمالُ أنْ يُنجِزَ مقاولُ بناءٍ مشروعيْن (سكني وتجاري) معاً في الموعد المحدّد يساوي $\frac{١}{٤}$ ، واحتمالُ أنْ يُنجِزَ المشروعَ السكني يساوي $\frac{٣}{٤}$ ، واحتمالُ أنْ يُنجِزَ المشروعَ التجاري $\frac{٢}{٣}$.

- ما احتمالُ أنْ يُنجِزَ المقاولُ المشروعَ السكني فقط؟

$ح_١$: حادث إنجاز المقاول المشروع السكني.

$ح_٢$: حادث إنجاز المقاول المشروع التجاري.



احتمال أنْ يُنجَزَ المشروعُ السكني فقط يعني: أنْ يُنجَزَ المشروعُ السكني، وعدم إنجاز المشروع التجاري، وبالرموز: $\text{ل}(ح_١ - ح_٢) = \text{ل}(ح_١ \cap \overline{ح_٢})$

$$\text{ل}(ح_١ - ح_٢) = \text{ل}(ح_١) - \text{ل}(ح_١ \cap ح_٢)$$

$$= \frac{٣}{٤} - \frac{١}{٤} = \frac{١}{٢}$$

- ما احتمالُ أنْ يُنجِزَ المقاولُ المشروعَ التجاري فقط؟

احتمال أنْ يُنجِزَ المشروع التجاري فقط يعني: ....

$ل(ح_2 - ح_1) = ل(ح_2) - ل(ح_2 \cap ح_1)$

$= \frac{٢}{٣} - \frac{١}{٤} =$ ________

أتعلَّم: ليكن $ح_1$ ، $ح_2$ حادثيْن في الفضاء العيني Ω لتجربةٍ عشوائيّةٍ، فإنّ:

- $\overline{ح_1} \cup \overline{ح_2} = \overline{ح_1 \cap ح_2}$
- $\overline{ح_1} \cap \overline{ح_2} = \overline{ح_1 \cup ح_2}$

احتمال حدوث $ح_1$ وعدم حدوث $ح_2$ = $ل(ح_1 - ح_2) = ل(ح_1) - ل(ح_1 \cap ح_2)$

نشاط (٣): ليكنْ: $ل(ح_1) = ٠,٣$ ، $ل(ح_2) = ٠,٥$ ، $ل(ح_1 \cap ح_2) = ٠,٢$ ، أُكمِلُ إيجادَ ما يأتي:

- $ل(ح_1 \cup ح_2) = ل(ح_1) +$ ________ $-$ ________ $=$ ________
- $ل(\overline{ح_1}) = ١ - ل(ح_1) = ١ -$ ________ $=$ ________
- $ل(ح_1 - ح_2) = ل(ح_1) - ل(ح_1 \cap ح_2)$

  $= ٠,٣ - ٠,٢ =$ ________
- $ل(\overline{ح_1} \cup \overline{ح_2}) = ل(\overline{ح_1 \cap ح_2}) = ١ - ل(ح_1 \cap ح_2) = ١ -$ ________ $= ٠,٨$
- $ل(\overline{ح_1} \cap \overline{ح_2}) = ل(\overline{ح_1 \cup ح_2}) = ١ -$ ________ $=$ ________

تمارين ومسائل:

س١ لَدى عائلةٍ ثلاثةُ أطفال، ما احتمالُ أنْ يكونَ لديها بنتان وولد ؟

س٢ في تجربةِ رمي حجريّ نردٍ منتظميْن مرةً واحدة، وملاحظة الوجهيْن الظاهريْن،

أجدُ احتمالَ ما يأتي:

أ) احتمال ظهور عدديْن مجموعهما ٧ . ب) احتمال ظهور عدديْن فرديّيْن.

جـ) احتمال ظهور عدديْن مجموعهما ٣ على الأكثر.

س٣ إذا كان $ح_١$، $ح_٢$ حادثيْن في Ω حيث:

$ل(ح_١) = ٠,٦$ $ل(ح_٢) = ٠,٣$ $ل(ح_١ \cap ح_٢) = ٠,١٥$

أحسب: أ) $ل(ح_١ - ح_٢)$ ب) $ل(\overline{ح}_١ \cap \overline{ح}_٢)$

مهمة تقويمية (٢):

س١ إذا كان $ق(س) = \frac{س^٢ + ٣}{س - \sqrt{٢}}$ أجد:

أ) ق (٣) ب) ق (٠)

س٢ أجد مجال الاقتران النسبي الآتية:

أ) $ق(س) = \frac{٢س^٢ + ١}{٢س^٢ - ٤}$

س٣ أجد أصفار الاقتران النسبي: $ق(س) = \frac{س^٢}{س^٣ + س + ١}$

س٤ إذا كان $ل(ح_١ \cup ح_٢) = ,٦٥$ وكان $ل(\overline{ح}_١) = ,٤$ ، $ل(ح_٢) = ,٢٥$ فهل $ح_١$، $ح_٢$ حادثان منفصلان.

س٥ إذا كان احتمالُ نجاحِ طالبٍ في امتحان الفيزياء يساوي ٠,٧٥، واحتمالُ نجاحِه في امتحان الكيمياء يساوي ٠,٨، واحتمالُ نجاحِه في الامتحانيْن معاً يساوي ٠,٦٥، فما احتمال:

أ) نجاح الطالب في أحد الامتحانين؟

ب) نجاح الطالب في امتحان الكيمياء فقط؟

نشاط (١): تربيةُ الخيولِ والاعتناء بها إرثٌ عربيٌّ يقومَ الرَجُلِ بمسكِ طَرْفِ حبلٍ يمتدُّ إلى رسنِ الحصانِ الَّذي يدورُ ببعدٍ ثابتٍ عن الرَجُلِ.

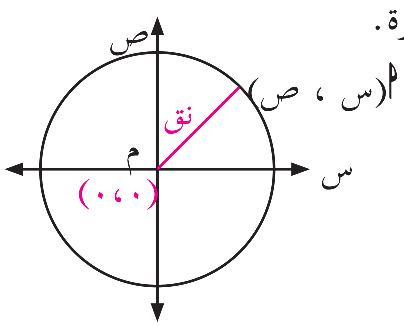
- ما شكلُ المسارِ الناتجِ من حركةِ الحصانِ حولَ الرَجُلِ؟
- ماذا يُمثّل موقعُ قدمي الرَجُلِ بالنسبةِ للمسارِ؟
- ماذا يُسمّى البعدُ الثابتُ بينَ موقعِ الرَجُلِ ومسارِ الحصانِ؟

نلاحظ أنّ: المسار الذي يشكّله الحصانُ من دورانه حول نقطةٍ ثابتةٍ (موقع الرَجُلِ) هو دائرة مركزها النقطة الثابتة ونصف قطرها ———— .

أَتَعَلَّم : المحل الهندسي: هو مسارُ نقطةٍ تتحرّكُ في المستوى الديكارتي لرسم منحنى تحت شروطٍ معيّنة، حيث تُنتِجُ هذه المساراتُ أشكالاً هندسيّة.

الدائرة: هي المحلُّ الهندسيّ (المسار) لنقطةٍ تتحرّك في المستوى، بحيث تبعدُ بعداً ثابتاً عن نقطةٍ ثابتةٍ، تُسمّى مركزَ الدائرة، ويُرمَزُ لها بالرمز م. يُسمّى البعدُ الثابتُ نصفَ قطرِ الدائرة ، ويُرمز له بالرمز نق.

نشاط (٢): يُمثّل الشكل المجاور دائرةً مركزُها نقطةُ الأصل م، والنقطة أ(س ، ص) تقع على الدائرة، م أ هو نصفُ قطرِ الدائرة.



باستخدام قانون المسافة بين نقطتين، فإنّ:

م أ = $\sqrt{(س_٢ - س_١)^٢ + (ص_٢ - ص_١)^٢}$

م أ = $\sqrt{(س - ٠)^٢ + (ص - ٠)^٢}$

م أ = ———————— ، ولكن: م أ = نق

بتربيع الطرفيْن أحصل على المعادلة : ————————

أَتَعَلَّم: الصورة العامّة لمعادلة الدائرة، التي مركزها نقطة الأصل (٠ ، ٠)، ونصف قطرها نق هي: $س^{٢} + ص^{٢} = نق^{٢}$

مِثال (١): أكتبُ معادلةَ الدائرة التي مركزها (٠ ، ٠)، وطولُ نصفِ قطرها ٤ سم.

الحل: معادلة الدائرة: $س^{٢} + ص^{٢} = نق^{٢}$

$س^{٢} + ص^{٢} = ٤^{٢}$

$س^{٢} + ص^{٢} = ١٦$

طول م أ باستخدام قانون المسافة بين نقطتين:

$م أ = \sqrt{(س_{٢} - س_{١})^{٢} + (ص_{٢} - ص_{١})^{٢}}$

م أ = ______________________ ، ولكن: م أ = هو نصف قطر

ومنها: نق = ______________

بتربيع الطرفيْن أحصل على المعادلة : ________________________

أَتَعَلَّم: **الصورة العامّة** لمعادلة الدائرة التي مركزُها النقطة (د ، هـ)، ونصف قطرها نق هي : $(س - د)^{٢} + (ص - هـ)^{٢} = نق^{٢}$

مِثال (٢): أكتبُ معادلة الدائرة التي مركزها النقطة (٢ ، ١)، وطول نصف قطرها ٣ سم.

الحل: **معادلة الدائرة:** $(س - د)^{٢} + (ص - هـ)^{٢} = نق^{٢}$

$(س - ٢)^{٢} + (ص - ١)^{٢} = ٣^{٢}$

ملاحظة: عند فكّ الأقواس في معادلة الدائرة السابقة نحصل على الصورة:

$س^{٢} - ٤ س + ٤ + ص^{٢} - ٢ ص + ١ = ٩$

$س^{٢} - ٤ س + ص^{٢} - ٢ ص + ٥ = ٩$

$س^{٢} - ٤ س + ص^{٢} - ٢ ص = ٤$

تمارين ومسائل:

س١ أجدُ معادلةَ الدائرة في كلِّ حالةٍ ممّا يأتي:

أ مركزُها (٠،٠)، وطولُ نصفِ قطرها ٥سم.

ب مركزُها (-٣ ،٢)، وطولُ قطرِها ٦سم.

جـ مركزُها (- ٢ ، -٧)، وتمرُّ في النقطة (٤، -٨).

س٢ أجدُ مركز الدائرة، وطول نصف قطرها في كلِّ حالةٍ ممّا يأتي :

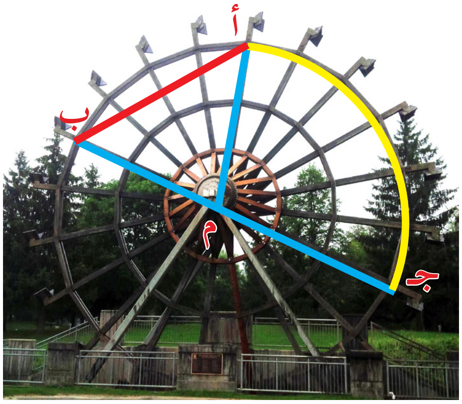
أ $س^{٢} + ص^{٢} - ١ = ٠$

ب $(س - ٣)^{٢} + (ص + ٤)^{٢} = ٤٢$

جـ $٦س^{٢} + ٦ص^{٢} = ٣٦$

(٤ - ٦) الزّوايا المركزيّة والزّوايا المحيطيّة

نشاط (١): المحافظة على عمارةِ الأرض، والاعتناء بها من ضرورات بقائنا عليها، فـ«على هذه الأرض ما يستحقّ الحياة» .اعتمد الفلّاح قديماً على قوّةِ دفعِ المياه الناتجة من دولاب المياه لتحريك طاحونة القمحِ، تأمّل دولابَ المياه في الشكل المجاور، ثم أجبْ:



في الدائرة التي مركزها م.

تُسمّى القطعةُ أ م نصفَ قطرِ الدائرة،

بينما القطعة ب جـ ______

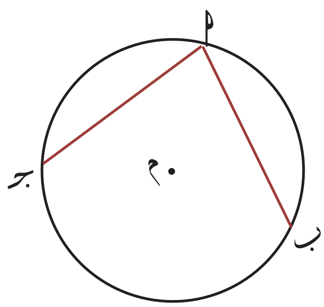
أجـ قوس في الدائرة.

أذكرُ أسماءَ أربعِ زوايا في الشكل المجاور: ______، ______، ______، ______

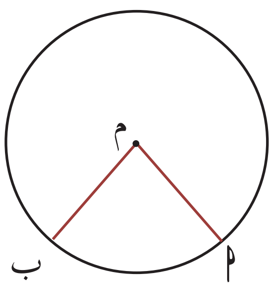
ألاحظ: موقع رأس الزّوايا في الشكل السابق.

تعريف

الزاوية المركزيّة: هي الزاوية التي يقع رأسُها في مركز الدائرة، وضلعاها أنصافُ أقطارٍ في الدائرة.
الزاوية المحيطيّة: هي الزاوية التي يقع رأسُها على الدائرة، وضلعاها أوتارٌ في الدائرة.

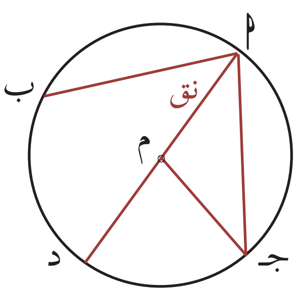


الزاوية ب أ جـ (محيطيّة)



الزاوية أ م ب (مركزيّة)

نشاط (٢): في الشكل المجاور دائرة مركزها م :



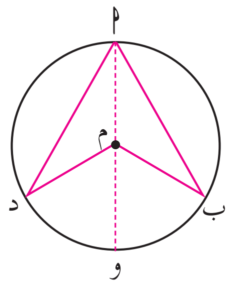
تُسمّى الزاويةُ جـ م د زاويةً ______، لماذا؟

تُسمّى الزاويةُ أ م د زاويةً مركزيّة، لماذا ؟

أذكرُ أسماءَ زاويتيْن محيطيّتيْن ______، ______ .

نشاط (٣): في الشكل المقابل، إذا كانت م مركز الدائرة، وكان ∠ ب أ م = ٣٠°،

∠د أ م = ٣٥° أجد: ∠ب م د .



الزاوية ب م و خارجة عن المثلث أ ب م

إذن: ∠ ب م و = ∠ أ ب م + ∠ ب أ م

ولكن : ∠ أ ب م = ∠ ب أ م؛ لأنّ ________________

ومنه : ∠ ب م و = ________ = ٢ × ٣٠° = ٦٠°

لإيجاد: ∠ د م و = ٢ × ________ = ٢ × ________ = ________

∠ ب م د = ∠ ب م و + ∠ و م د = ٦٠° + ________ = ________

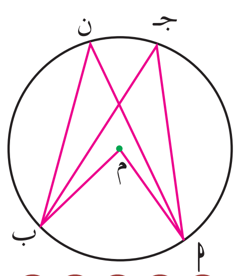
وينتج أنّ: ∠ ب م د = ٢ × ∠ ________

لاحظ أنّ: الزاويةَ ب م د زاويةٌ مركزيّةٌ، والزاويةَ ب أ د زاويةٌ محيطيّةٌ، مرسومتان على القوس نفسه، ما العلاقة بين قياس الزاويتيْن؟

أَتَعَلَّم : قياسُ الزاويةِ المركزيّة تساوي ضعفَي قياسِ الزاوية المحيطيّة المشترِكة معها في القوس نفسه.

نشاط (٤): أتأمّلُ الشكل المجاور، فيه م مركز الدائرة، وقياس الزاوية أ م ب = ٨٠°،

أجدُ: قياس الزاوية أ ن ب، وَ قياس الزاوية أ جـ ب



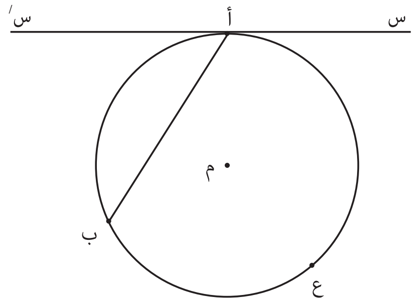
∠ أ جـ ب = ________ لماذا ؟

∠ أ ن ب = ٤٠° ما العلاقة بين الزاويتيْن: أ جـ ب ، أ ن ب ؟

أَتَعَلَّم : أي زاويتان محيطيّتان مرسومتان على قوس واحد في الدائرة متساويتان في القياس.

أَتَعَلَّم : مماس الدائرة هو المستقيم الذي يشترك مع الدائرة في نقطة واحدة تُعرف بنقطة تماسه معها (نقطة تماس).

نشاط (٥): الشكل المرسوم جانباً يمثل دائرة مركزها م ، فيها س س/ مماس للدائرة في النقطة أ.

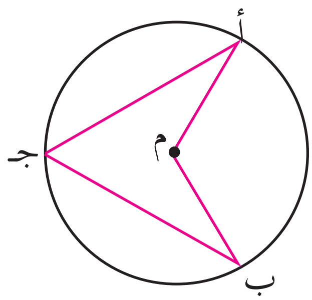


أب وتر في الدائرة.

تُسمى الزاوية س/ أب زاوية مماسية

الزاوية المماسية هي ....

تمارين ومسائل:

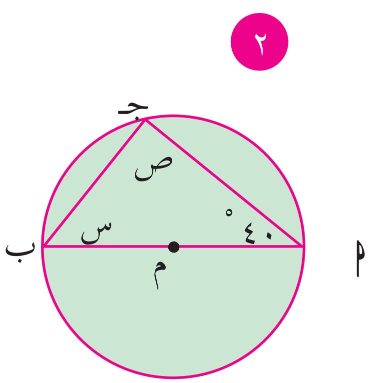


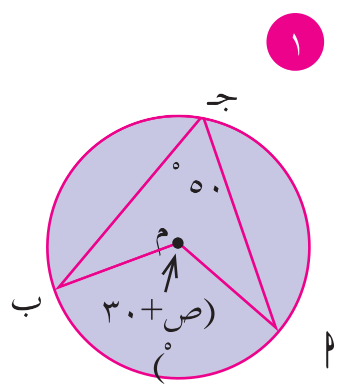
س١ الشكل المجاور فيه م مركز الدائرة، فإذا كان قياس

∢ (أ م ب) = ١٣٠°، أجدُ ∢ (أ جـ ب).

س٢ أبيّنُ أنّ قياس الزاوية المحيطيّة المرسومة على قطر الدائرة تساوي ٩٠°.

س٣ أجدُ قيمةَ المجهولِ في الأشكال الآتية، حيث م مركز الدائرة:





(٤-٧) ورقة عمل الوحدة الرابعة

س١:أضع دائرة حول رمز الإجابة الصحيحة فيما يأتي:

١- قياس زاوية مركزيّة في دائرة مركزها م =١٠٠°، فما قياس الزاوية المحيطيّة المشتركة معها في القوس؟

أ) ١٠° ب) ٥٠° جـ) ١٠٠° د) ٢٠°

٢- إذا كان ح$_١$ ، ح$_٢$ حادثين منفصلين في Ω، وكان ل(ح$_١$) = $\frac{٢}{٣}$

ل(ح$_٢$) = $\frac{١}{٤}$ ، فما قيمة ل(ح$_١$ ∩ ح$_٢$)؟

أ) $\frac{١}{٦}$ ب) $\frac{١١}{١٢}$ جـ) $\frac{٥}{١٢}$ د) صفر

٥- درجة كثير الحدود ق(س) تساوي ٥ ، ودرجة كثير الحدود هـ(س) تساوي ٣ ، فما درجة حاصل ضربهما ؟

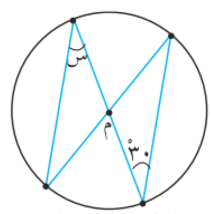
أ) ٢ ب) ٥ جـ) ٨ د) ١٥

س٢: أجدُ ناتج القسمة والباقي عند قسمة ق (س) على هـ (س) في كلّ من الحالات الآتية باستخدام القسمة الطويلة:

ق (س) = ٢س^٢ + ٢س - ٣ ، هـ (س) = س + ٣

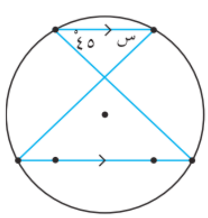
س٣: أجد قيمة س في كل من الأشكال الآتية، حيث م مركز الدائرة:

أ



الشكل (٤-١٢)

ب



الشكل (٤-١٣)

س٧: إذا كانت ق(س) = س^٣ − ٥س^٢ + ٣، هـ(س) = س^٢ +١ ، أجد:

أ ق(س) × هـ(س) + ٥ ب ق(س) ÷ هـ(س)

(٤-٨) اختبار الوحدة الرابعة

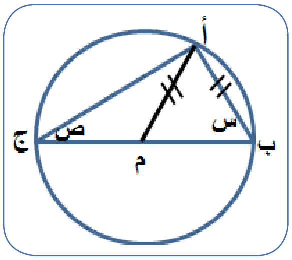
س١ ضع دائرة حول رمز الاجابة الصحيحة فيما يأتي:

١) ما مجال الاقتران: ق(س) = $\frac{\text{س}}{\text{س (س+٢)}}$ هو؟

أ) ح - {-٢}   ب) ح - {٠}   ج) ح - {٠، -٢}   د) ح - {٠، ٢}

٢) في الشكل المجاور، دائرة مركزها م، إذا كان طول $\overline{\text{أ ب}}$ = $\overline{\text{أ م}}$

فإن قياس الزاوية ص هو:



أ) ٩٠ °   ب) ١٢٠ °   ج) ٦٠ °   د) ٣٠ °

٣) مركز الدائرة التي معادلتها: (س − ١)^{٢} + (ص + ٢)^{٢} = ٣٦ هو:

أ) (-١، ٢)   ب) (١، -٢)   ج) (-١، -٢)   د) (-٢، ١)

٤) إذا كان ح$_{١}$، ح$_{٢}$ حادثين منفصلين، ما قيمة: ل (ح$_{١}$∩ح$_{٢}$)؟

أ) Ø   ب) Ω   ج) ١   د) صفر

س٢: تقدّم ٢٠ طالباً لامتحانيّ رياضيات وعلوم، فإذا نجح نصف الطلبة في العلوم، وثلاثة أرباع الطلبة في الرياضيات، وكان عدد الناجحين في المادتين معاً عشرة طلاب:

- **ما احتمال أن ينجح في إحدى المادتين؟**

س٣: ما صفر/أصفار الاقتران النسبي ق (س) = $\frac{\text{٢س - ٢}}{\text{س}^{٢}\text{ - ١}}$ ؟

س٤: أمثل الاقتران ق(س) = س^{٢} - ٤ وأجد القيمة الصغرى له.

س٥: اذا كان ق(س) = ٦س^{٣} + ٥س^{٢} - ١، هـ(س) = ٣س^{٢} + س + ٤، ك(س) = ٢س^{٢} - ٤ اقترانات كثيرة حدود، فأوجد ما يأتي، وحدد درجة الناتج:

(هـ(س) x ٤ ك(س)   ب) (ق ÷ ك) (س)